



Zajęcia dodatkowe dla Uczniów Szkoły

VII Liceum Ogólnokształcącego im. Dąbrówki w Poznaniu

Tytuł zajęć

„Zajęcia wyrównawcze z matematyki – poziom rozszerzony”

(„Zajęcia wyrównawczo-uzupełniające z matematyki – poziom rozszerzony”)

Autor/Autorzy opracowania

Anna Makarewicz, Magdalena Paul

Niniejszy skrypt/scenariusz powstał na potrzeby realizacji Projektu nr RPWP.08.01.04-30-0005/19 pn.:

*„ENIGMA – Wsparcie nauczania matematyki i informatyki
w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”*



Poznań 2021 PROGRAM ZAJĘĆ

L.p.	Temat zajęć	Liczba godzin
	KLASA I	15
1.	Liczby rzeczywiste	
2.	Język matematyki	
3.	Układy równań	
4.	Funkcje	
5.	Funkcja liniowa	
6.	Planimetria	
7.	Funkcja kwadratowa	
	KLASA II	15/45
1.	Zastosowania funkcji kwadratowej	



2.	Wielomiany	
3.	Funkcje wymierne	
4.	Trygonometria	
5.	Planimetria	
6.	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	
	KLASA III	15
1.	Funkcje trygonometryczne	
2.	Geometria analityczna	
3.	Ciągi	
4.	Rachunek różniczkowy	
5.	Statystyka	
Łączna liczba godzin		15/45



SPIS TREŚCI

L.p.	Temat	Strony
	KLASA I	6 - 27
1.	Liczby rzeczywiste	6 - 11
2.	Język matematyki	11 - 14
3.	Układy równań	14 - 16
4.	Funkcje	16 - 19
5.	Funkcja liniowa	19 - 23
6.	Planimetria	23 – 25
7.	Funkcja kwadratowa	25 - 27
	KLASA II	28 – 53
1.	Zastosowania funkcji kwadratowej	28 - 31



2.	Wielomiany	31 - 37
3.	Funkcje wymierne	37 - 42
4.	Trygonometria	42 - 46
5.	Planimetria	46 - 49
6.	Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna	49 - 53
	KLASA III	53 – 70
1.	Funkcje trygonometryczne	53 – 58
2.	Geometria analityczna	58 – 61
3.	Ciągi	61 - 65
4.	Rachunek różniczkowy	65 - 69
5.	Statystyka	69 - 70
	ŹRÓDŁA	71

UWAGA

Nauczyciele prowadzący zajęcia będą modyfikować i wybierać ze skryptu te elementy, które będą dostosowane do specyfiki grupy i jej potrzeb.

KLASA I

Materiały dydaktyczne:

Jerzy Janowicz, Marcin Wesołowski: Zbiór zadań dla klasy 1 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy i rozszerzony, Nowa Era

Oznaczenia:

Pogrubieniem oznaczono tematy i wymagania, które wykraczają poza podstawę programową

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. LICZBY RZECZYWISTE			
1. Liczby naturalne	<ul style="list-style-type: none"> – definicja dzielnika liczby naturalnej – definicja liczby pierwszej – cechy podzielności liczb naturalnych – definicja liczby parzystej i nieparzystej – rozkład liczby naturalnej na czynniki pierwsze – znajdowanie NWD i NWW – twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych – podaje dzielniki danej liczby naturalnej – przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych – oblicza NWD i NWW dwóch liczb naturalnych – przeprowadza dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb 	<p>Str. 10 – 11 Zad. 13, 17, 18, 19, 22, 23</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Liczby całkowite. Liczby wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – definicja liczby całkowitej – definicja liczby wymiernej – oś liczbowa – kolejność wykonywania działań 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje liczby całkowite i liczby wymierne wśród podanych liczb – podaje przykłady liczb całkowitych i wymiernych – odczytuje z osi liczbowej współrzędną danego punktu i odwrotnie: zaznacza punkt o podanej współrzędnej na osi liczbowej – wykonuje działania na liczbach wymiernych 	<p>Str. 13 -15 Zad. 8, 10, 13,18,21</p>
3. Liczby niewymierne	<ul style="list-style-type: none"> – definicja liczby niewymiernej – konstruowanie odcinków o długościach niewymiernych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje liczbę liczb niewymiernych wśród podanych – konstruuje odcinki o długościach niewymiernych – zaznacza na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie niewymiernej – szacuje wartości liczb niewymiernych – wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi – dowodzi niewymierności liczb, np. $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ oraz liczb będących iloczynem lub sumą liczby wymiernej i niewymiernej 	<p>Str. 17 – 19 Zad. 3, 5, 7, 17, 23</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej	<ul style="list-style-type: none"> – postać dziesiętna liczby rzeczywistej – metoda przedstawiania ułamków zwykłych w postaci dziesiętnej – metoda przedstawiania ułamków dziesiętnych w postaci ułamków zwykłych – reguła zaokrąglania – błąd przybliżenia 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje liczby wymierne oraz niewymierne wśród liczb podanych w postaci dziesiętnej – wyznacza rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych – wyznacza n-tą cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego okresowego danej liczby – zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe – przedstawia ułamki dziesiętne okresowe w postaci ułamków zwykłych – zaokrągla liczbę z podaną dokładnością – oblicza błąd przybliżenia 	<p>Str. 22 - 24 Zad. 10, 11, 13, 14, 19, 21</p>
5. Pierwiastek kwadratowy	<ul style="list-style-type: none"> – definicja pierwiastka kwadratowego z liczby nieujemnej – działania na pierwiastkach kwadratowych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartość pierwiastka kwadratowego z liczby nieujemnej – wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego – wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując prawa działań na pierwiastkach – usuwa niewymierność z mianownika, gdy w mianowniku występuje wyrażenie $a\sqrt{b}$, oraz szacuje przybliżoną wartość takich wyrażeń 	<p>Str. 25 - 27 Zad. 6, 12, 14, 16, 21, 22, 23</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
6. Pierwiastek sześcienny	<ul style="list-style-type: none"> – definicja pierwiastka trzeciego stopnia z liczby nieujemnej – definicja pierwiastka stopnia parzystego i nieparzystego – działania na pierwiastkach 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartość pierwiastka trzeciego stopnia z liczby nieujemnej – oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia – wyłącza czynnik przed znak pierwiastka – włącza czynnik pod znak pierwiastka – porównuje liczby zapisane za pomocą pierwiastków – wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach – usuwa niewymierność z mianownika ułamka, gdy w mianowniku występuje $\sqrt[3]{a}$ 	<p>Str. 30 - 31</p> <p>Zad. 8, 13, 14, 16, 19, 24</p>
7. Potęga o wykładniku całkowitym	<ul style="list-style-type: none"> – definicja potęgi o wykładniku naturalnym – definicja potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym – twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach całkowitych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym – porządkuje liczby zapisane w postaci potęg, korzystając z własności potęg – stosuje prawa działań na potęgach do obliczania wartości wyrażeń – stosuje prawa działań na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych – porównuje liczby zapisane w postaci potęg 	<p>Str. 33 - 35</p> <p>Zad. 4, 6, 7, 12, 14, 20</p>
8. Notacja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none"> – definicja notacji wykładniczej – sposób zapisywania małych i dużych liczb w notacji wykładniczej – działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – zapisuje i odczytuje liczbę w notacji wykładniczej – wykonuje działania na liczbach zapisanych w notacji wykładniczej 	<p>Str. 37 - 38</p> <p>Zad. 6, 10, 11, 12, 13, 15</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
9. Potęga o wykładniku wymiernym	<ul style="list-style-type: none"> definicja potęgi o wykładniku $\frac{1}{n}$ liczby nieujemnej definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> zapisuje pierwiastek n-tego stopnia w postaci potęgi o wykładniku $\frac{1}{n}$ oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach 	<p>Str. 40 - 42 Zad. 9, 10, 17, 18, 19, 21</p>
10. Logarytm i jego własności	<ul style="list-style-type: none"> definicja logarytmu dziesiętnego definicja logarytmu o podstawie $a > 0$ i $a \neq 1$ z liczby dodatniej własności logarytmu: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$ twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu oraz logarytmie potęgi 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> oblicza logarytm danej liczby stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń wyznacza podstawę logarytmu, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń uzasadnia podstawowe własności logarytmów 	<p>Str. 44 - 46 Zad. 6, 7, 8, 9, 16, 17, 18, 19</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
11. Procenty	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie procentu i promila – pojęcie punktu procentowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza procent danej liczby – interpretuje pojęcia procentu i punktu procentowego – oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba – wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent – zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent – stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych – stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych dotyczących płac, podatków, rozliczeń bankowych 	<p>Str. 47 - 49 Zad. 6, 12, 13, 15, 19 Str. 51 Zad. 2, 6, 9</p>
2. JĘZYK MATEMATYKI			
1. Zbiory	<ul style="list-style-type: none"> – sposoby opisywania zbiorów – zbiory skończone i nieskończone – zbiór pusty – definicja podzbioru – relacja zawierania zbiorów – zapis symboliczny zbioru 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony – wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące – opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór – określa relację zawierania zbiorów – wypisuje podzbiory danego zbioru 	<p>Str. 61 - 63 Zad. 2, 4, 5, 9, 13, 14, 17</p>
2. Działania na zbiorach	<ul style="list-style-type: none"> – iloczyn zbiorów – suma zbiorów – różnica zbiorów – dopełnienie zbioru – prawa De Morgana 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – posługuje się pojęciami: iloczyn, suma oraz różnica zbiorów – wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów – przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach – wyznacza dopełnienie zbioru – formułuje i sprawdza hipotezy dotyczące praw działań na zbiorach 	<p>Str. 65 - 66 Zad. 1, 2, 3, 4, 12, 13, 14</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Przedziały	<ul style="list-style-type: none"> – określenie przedziałów: otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, ograniczonego, nieograniczonego – zapis symboliczny przedziałów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, ograniczony, nieograniczony – zapisuje przedział i zaznacza go na osi liczbowej – odczytuje i zapisuje symbolem przedział zaznaczony na osi liczbowej – wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami – wymienia liczby należące do przedziału spełniające zadane warunki 	<p>Str. 69 - 71 Zad. 1, 3, 4, 5, 14, 16, 18</p>
4. Działania na przedziałach	<ul style="list-style-type: none"> – iloczyn, suma, różnica przedziałów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej – wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie 	<p>Str. 73 - 74 Zad. 1, 2, 4, 7, 8, 12, 16</p>
5. Rozwiązywanie nierówności	<ul style="list-style-type: none"> – nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą – nierówności równoważne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności – rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym nierówności sprzeczne i tożsamościowe – zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału – stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym – uzasadnia niektóre własności nierówności 	<p>Str. 77 - 79 Zad. 6, 8, 11, 13, 16, 18, 19</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
6. Wyłączanie jednomianu przed nawias	– wyłączanie jednomianu przed nawias	Uczeń: – wyłącza wskazany jednomian przed nawias – zapisuje wyrażenia algebraiczne w postaci iloczynu – stosuje metodę wyłączania jednomianu przed nawias do dowodzenia podzielności liczb	Str. 81 - 83 Zad. 1, 4, 12, 14, 18
7. Mnożenie sum algebraicznych	– mnożenie sum algebraicznych	Uczeń: – mnoży sumy algebraiczne – przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywania działań – wykonuje działania na liczbach postaci <input type="text" value="x"/> – wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności – dowodzi podzielności liczb – rozwiązuje równania i nierówności, stosując działania na wyrażeniach algebraicznych	Str. 85 - 87 Zad. 2, 4, 7, 10, 14, 16, 17
8. Wzory skróconego mnożenia	– wzory skróconego mnożenia $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$	Uczeń: – stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów – przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ – wyprowadza wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia własności liczb	Str. 89 - 90 Zad. 5, 6, 7, 8, 9, 12



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
9. Zastosowanie przekształceń algebraicznych	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie przekształceń algebraicznych do przekształcania równoważnego równań i nierówności – usuwanie niewymierności z mianownika 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje przekształcenia algebraiczne do przekształcania równoważnego równań oraz nierówności – usuwa niewymierność z mianownika ułamka – stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń 	<p>Str. 92 - 93 Zad. 1, 2, 5, 6, 9, 15, 18, 21, 22, 24</p>
10. Wartość bezwzględna	<ul style="list-style-type: none"> – definicja wartości bezwzględnej – interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartość bezwzględną danej liczby – upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną – rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania i nierówności z wartością bezwzględną – zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne (x, y) spełniają warunki zapisane za pomocą wartości bezwzględnej 	<p>Str. 96 - 98 Zad. 2, 5, 7, 8, 13, 15, 21</p>
11. Własności wartości bezwzględnej	<ul style="list-style-type: none"> – własności wartości bezwzględnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje podstawowe własności wartości bezwzględnej – korzystając z własności wartości bezwzględnej, rozwiązuje proste równania i nierówności z wartością bezwzględną – korzystając z własności wartości bezwzględnej, upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną 	<p>Str. 100 - 101 Zad. 2, 3, 4, 5, 12, 13</p>
3. UKŁADY RÓWNAŃ			

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. Co to jest układ równań	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie układu równań – rozwiązanie układu równań 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje pary liczb spełniające równanie liniowe z dwiema niewiadomymi – sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań – dopisuje drugie równanie tak, aby dana para liczb spełniała dany układ równań – zapisuje podane informacje w postaci układu równań 	<p>Str. 113 - 116 Zad. 2, 4, 7, 9, 10, 15, 20</p>
2. Rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania	<ul style="list-style-type: none"> – rozwiązywania układów równań metodą podstawiania – definicja układu równań oznaczonego, sprzecznego, nieoznaczonego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje układ równań metodą podstawiania – określa typ układu równań (czy dany układ równań jest układem oznaczonym, nieoznaczonym czy sprzecznym) – dopisuje drugie równanie tak, aby układ równań był układem oznaczonym, nieoznaczonym lub sprzecznym 	<p>Str. 118 - 120 Zad. 4, 5, 8, 13, 16, 20, 21</p>
3. Rozwiązywanie układów równań metodą przeciwnych współczynników	<ul style="list-style-type: none"> – rozwiązywania układów równań metodą przeciwnych współczynników 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje układ równań metodą przeciwnych współczynników – zapisuje rozwiązanie układu równań w przypadku, gdy jest to układ nieoznaczony 	<p>Str. 123 - 125 Zad. 2, 5, 9, 12, 14, 19, 21</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Układy równań – zadania tekstowe	– zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: – układa i rozwiązuje układ równań do zadania z treścią – rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące sytuacji praktycznych, w tym zadania dotyczące prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych	Str. 127 - 130 Zad. 4, 7, 10, 12, 17, 21, 29 Str. 132 - 135 Zad. 2, 6, 9, 15, 24, 25, 27
4. FUNKCJE			
1. Pojęcie funkcji	– definicja funkcji – sposoby opisywania funkcji – pojęcia: dziedzina, argument, przeciwdziedzina, wartość funkcji – definicja miejsca zerowego funkcji	Uczeń: – stosuje pojęcia: funkcja, argument, dziedzina, wartość funkcji, miejsce zerowe funkcji – rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje – podaje miejsca zerowe funkcji – opisuje funkcję różnymi sposobami: za pomocą grafu, tabeli, opisu słownego – odczytuje wartość funkcji dla danego argumentu – odczytuje argumenty, dla których funkcja przyjmuje określoną wartość	Str. 147 - 150 Zad. 3, 4, 5, 6, 7, 9, 11, 15, 16




Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Szkicowanie wykresu funkcji	<ul style="list-style-type: none"> – wykres funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykresy funkcji o zadanej dziedzinie – przedstawia funkcję za pomocą wzoru – szkicuje wykres funkcji określonej nieskomplikowanym wzorem, w tym prostą, parabolę, hiperbolę – szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach – sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji – rozpoznaje, czy dana krzywa jest wykresem funkcji – oblicza wartość funkcji dla danego argumentu 	<p>Str. 153 - 156 Zad. 3, 4, 6, 12, 15, 17, 18, 21 Str. 158 - 161 Zad. 1, 2, 8, 14, 16, 17, 20</p>
3. Monotoniczność funkcji	<ul style="list-style-type: none"> – definicje: funkcji rosnącej, malejącej i stałej – pojęcie funkcji monotonicznej – definicje: funkcji nierosnącej i niemalejącej – pojęcie funkcji przedziałami monotonicznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje pojęcie funkcji monotonicznej (rosnącej, malejącej, stałej, nierosnącej, niemalejącej) – na podstawie wykresu funkcji określa jej monotoniczność – rysuje wykres funkcji o zadanych kryteriach monotoniczności – bada na podstawie definicji monotoniczność funkcji określonej wzorem 	<p>Str. 164 - 168 Zad. 4, 5, 7, 11, 12, 16, 17, 18, 19, 21, 22</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Odczytywanie własności funkcji z wykresu	<ul style="list-style-type: none"> – zbiór wartości funkcji – największa i najmniejsza wartość funkcji – znak wartości funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje pojęcia: zbiór wartości funkcji, największa i najmniejsza wartość funkcji – odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie; maksymalne przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji oraz argumenty, dla których te wartości są przyjmowane – odczytuje z wykresu rozwiązania równań i nierówności 	<p>Str. 171 - 174 Zad. 3, 5, 9, 13, 14 Str. 179 – 183 Zad. 5, 6, 9, 19, 21</p>
5. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OY	<ul style="list-style-type: none"> – metoda otrzymywania wykresów funkcji $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ oraz $y = f(x) - q$ dla $q > 0$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rysuje wykresy funkcji: $y = f(x) + q$ dla $q > 0$ oraz $y = f(x) - q$ dla $q > 0$ 	<p>Str. 186 - 189 Zad. 3, 5, 8, 9, 15, 18, 23</p>
6. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi OX	<ul style="list-style-type: none"> – metoda otrzymywania wykresów funkcji $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ oraz $y = f(x + p)$ dla $p > 0$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rysuje wykresy funkcji: $y = f(x - p)$ dla $p > 0$ oraz $y = f(x + p)$ dla $p > 0$ 	<p>Str. 193 - 197 Zad. 4, 5, 7, 8, 17, 26</p>
7. Wektory w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie wektora – wektor przeciwny do danego – współrzędne wektora i ich interpretacja geometryczna 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – posługuje się pojęciem wektora i wektora przeciwnego – oblicza współrzędne wektora – wyznacza współrzędne początku lub końca wektora, jeśli ma dane współrzędne wektora i współrzędne jednego z punktów – znajduje obraz figury w przesunięciu o dany wektor 	<p>Str. 200 - 201 Zad. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Przesuwanie wykresu o wektor	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x - p) + q$	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$ – zapisuje wzór funkcji otrzymanej w wyniku danego przesunięcia	Str. 202 - 204 Zad. 4, 5, 8, 9, 11, 12, 13
9. Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi układu współrzędnych	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = -f(x)$ i $y = f(-x)$	Uczeń: – szkicuje wykresy funkcji $y = -f(x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ – szkicuje wykresy funkcji $y = f(-x)$ na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$	Str. 207 - 210 Zad. 2, 3, 6, 8, 13, 21
10. Inne przekształcenia wykresu	– metoda otrzymywania wykresu funkcji $y = f(x) $ i $y = f(x)$	Uczeń: – na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x) $ i $y = f(x)$ – na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykres funkcji będący efektem wykonania kilku operacji	Str. 214 - 215 Zad. 1, 3, 4, 6, 7, 8,
11. Proporcjonalność odwrotna	– pojęcie proporcjonalności odwrotnej – współczynnik proporcjonalności odwrotnej	Uczeń: – wyznacza współczynnik proporcjonalności odwrotnej – szkicuje wykres funkcji  , gdzie $a > 0$ i $x > 0$ – stosuje proporcjonalność odwrotną do rozwiązywania zadań np. dotyczących drogi, prędkości i czasu	Str. 217 - 219 Zad. 5, 6, 11, 13, 16, 17
5. FUNKCJA LINIOWA			



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. Wykres funkcji liniowej	<ul style="list-style-type: none"> – definicja funkcji liniowej – wykres funkcji liniowej – współczynnik kierunkowy prostej – interpretacja geometryczna współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej – pojęcia: pęk prostych, środek pęku 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje funkcję liniową, jeśli ma dany jej wzór oraz szkicuje jej wykres – interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej i wskazuje wśród danych wzorów funkcji liniowych te, których wykresy są równoległe – sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji liniowej – wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia zadane warunki, np. jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez dany punkt – stosuje własności funkcji liniowej do obliczania pól wielokątów 	<p>Str. 232 – 233 Zad. 1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 11</p>
2. Własności funkcji liniowej	<ul style="list-style-type: none"> – miejsce zerowe funkcji liniowej – monotoniczność funkcji liniowej – proporcjonalność prosta 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza miejsce zerowe i określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem – wyznacza współrzędne punktów, w których wykres funkcji liniowej przecina osie układu współrzędnych, oraz podaje, w których ćwiartkach układu znajduje się wykres – określa monotoniczność funkcji liniowej w zależności od parametru – rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalnie 	<p>Str. 236 - 238 Zad. 2, 6, 7, 13, 17, 21</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Równanie prostej na płaszczyźnie	<ul style="list-style-type: none"> – równanie kierunkowe prostej – równanie ogólne prostej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje równanie kierunkowe i ogólne prostej – zamienia równanie ogólne prostej, która nie jest równoległa do osi OY, na równanie w postaci kierunkowej (i odwrotnie) – wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty – rysuje prostą opisaną równaniem ogólnym – wyznacza wartości parametru, dla których prosta spełnia określone warunki – wyznacza wartości parametrów, dla których proste dane równaniem w postaci ogólnej są równoległe 	<p>Str. 240 - 242 Zad. 2, 3, 4, 6, 15, 19, 22</p>
4. Współczynnik kierunkowy prostej	<ul style="list-style-type: none"> – współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa dane punkty – interpretacja geometryczna współczynnika kierunkowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej – szkicuje prostą, wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego – odczytuje wartość współczynnika kierunkowego, jeśli ma dany wykres; w przypadku wykresu zależności drogi od czasu w ruchu jednostajnym podaje wartość prędkości – wyprowadza równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym przechodzącej przez dany punkt 	<p>Str. 244 - 246 Zad. 4, 5, 8, 9, 12, 15</p>




Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Warunek prostopadłości prostych	<ul style="list-style-type: none"> – warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych – wyznaczenie równania prostej prostopadłej do danej prostej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych – wyznacza równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt – udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych – rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań – bada, czy proste dane równaniem w postaci ogólnej są prostopadłe, wyznacza wartości parametrów, dla których takie proste są prostopadłe 	<p>Str. 248 - 249 Zad. 2, 5, 8, 9, 12, 13, 15</p>
6. Interpretacja geometryczna układu równań liniowych	<ul style="list-style-type: none"> – interpretacja geometryczna układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – interpretuje geometrycznie układ równań – rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i graficzną – wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem prostych – rozwiązuje układ równań z parametrem oraz określa jego typ w zależności od wartości parametru 	<p>Str. 252 - 254 Zad. 2, 6, 8, 13, 15, 19</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
7. Układy nierówności liniowych	<ul style="list-style-type: none"> – interpretacja geometryczna nierówności z dwiema niewiadomymi – pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej – ilustracja geometryczna układu nierówności 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – interpretuje geometrycznie nierówności liniowe z dwiema niewiadomymi oraz pojęcie półpłaszczyzny otwartej i domkniętej – zaznacza w układzie współrzędnych zbiór punktów, których współrzędne spełniają układ nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi – zapisuje układ nierówności opisujący zbiór punktów przedstawionych w układzie współrzędnych – rozwiązuje graficznie układ kilku nierówności liniowych z dwiema niewiadomymi – wyznacza w układzie współrzędnych iloczyn, sumę i różnicę zbiorów punktów opisanych nierównościami liniowymi z dwiema niewiadomymi 	<p>Str. 256 - 258 Zad. 3, 6, 9, 11, 13</p>
8. Równania i nierówności liniowe z parametrem	<ul style="list-style-type: none"> – liczba rozwiązań równania liniowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza współczynniki we wzorze funkcji liniowej, aby spełniała podane warunki – przeprowadza analizę liczby rozwiązań równania liniowego w zależności od wartości danego parametru 	<p>Str. 260 - 261 Zad. 3, 5, 6, 7, 9, 11, 18</p>
9. Funkcja liniowa – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> – tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – przeprowadza analizę zadania z treścią, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność liniową lub wzór funkcji liniowej – rozwiązuje ułożone przez siebie równanie, nierówność lub analizuje własności funkcji liniowej – przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź 	<p>Str. 264 - 266 Zad. 2, 4, 8, 9, 10</p>
6. PLANIMETRIA			

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. Miary kątów w trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> – klasyfikacja trójkątów – twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie – dwusieczna kąta, kąt przyległy, kąt zewnętrzny trójkąta – punkty specjalne w trójkącie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów – stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań – oblicza sumę miar kątów wewnętrznych n-kąta – przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie oraz o mierze kąta zewnętrznego trójkąta 	<p>Str. 276 - 278 Zad. 4, 8, 12, 13, 16, 17, 22, 24</p>
2. Trójkąty przystające	<ul style="list-style-type: none"> – definicja trójkątów przystających – cechy przystawania trójkątów – nierówność trójkąta 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje definicję trójkątów przystających oraz cechy przystawania trójkątów – wskazuje trójkąty przystające – stosuje nierówność trójkąta do rozwiązywania zadań – stosuje cechy przystawania trójkątów w zadaniach na dowodzenie 	<p>Str. 280 - 282 Zad. 1, 5, 6, 13, 14, 15</p>
3. Twierdzenie Talesa	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie Talesa – twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa – wykorzystuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do rozwiązywania zadań – wykorzystuje twierdzenie Talesa do podziału odcinka w danym stosunku – przeprowadza dowód twierdzenia Talesa – przeprowadza dowody twierdzeń z zastosowaniem twierdzenia Talesa 	<p>Str. 185 - 287 Zad. 1, 3, 4, 9, 10, 12</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Wielokąt podobne	<ul style="list-style-type: none"> – definicja wielokątów podobnych – skala podobieństwa – zależność między obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozumie pojęcie figur podobnych – oblicza długości boków w wielokątach podobnych – wykorzystuje zależności między obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań – udowadnia elementarne własności wielokątów podobnych 	<p>Str. 289 - 291 Zad. 7, 13, 17, 21, 23, 25</p>
5. Trójkąty podobne	<ul style="list-style-type: none"> – cechy podobieństwa trójkątów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje cechy podobieństwa trójkątów – sprawdza, czy dane trójkąty są podobne – oblicza długości boków trójkąta podobnego do danego w danej skali – układa odpowiednią proporcję, aby wyznaczyć długości brakujących boków trójkątów podobnych – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania zadań, udowadnia podobieństwo trójkątów, stosując cechy podobieństwa 	<p>Str. 293 - 295 Zad. 5, 12, 18, 19, 21</p>
6. Pola wielokątów podobnych	<ul style="list-style-type: none"> – zależność między polami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje zależności między polami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań 	<p>Str. 297 - 298 Zad. 3, 6, 12, 13, 15, 19</p>
7. Twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wykorzystuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań – przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie oraz inne dowody, stosując twierdzenie o dwusiecznej 	<p>Str. 300 - 301 Zad. 2, 7, 9, 10, 13, 17</p>
7. FUNKCJA KWADRATOWA			

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. Wykres funkcji $f(x) = ax^2$	<ul style="list-style-type: none"> wykres i własności funkcji $f(x) = ax^2$, gdzie  	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ podaje własności funkcji $f(x) = ax^2$ stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań 	<p>Str. 313 - 314 Zad. 3, 5, 8, 9, 11, 13</p>
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ o wektor	<ul style="list-style-type: none"> metoda otrzymywania wykresów funkcji: $f(x) = a(x - p)^2 + q$ własności funkcji: $f(x) = a(x - p)^2 + q$ współrzędne wierzchołka paraboli równanie osi symetrii paraboli 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> podaje wzór funkcji kwadratowej otrzymanej w wyniku przesunięcia wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ o wektor szkicuje wykresy funkcji postaci $f(x) = a(x - p)^2 + q$ i podaje ich własności stosuje własności funkcji $f(x) = a(x - p)^2 + q$ do rozwiązywania zadań 	<p>Str. 317 - 319 Zad. 2, 7, 9, 10, 11, 13, 19, 22</p>
3. Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"> postać ogólna funkcji kwadratowej postać kanoniczna funkcji kwadratowej trójmian kwadratowy wyróżnik trójmianu kwadratowego współrzędne wierzchołka paraboli – wzory rysowanie wykresu funkcji kwadratowej postaci $f(x) = a(x - p)^2 + q$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem uzupełniania do kwadratu lub wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli) i szkicuje jej wykres przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, mając dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli 	<p>Str. 321 - 324 Zad. 4, 6, 8, 9, 14, 25</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Równania kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> – metoda rozwiązywania równań przez rozkład na czynniki – zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego – wzory na pierwiastki równania kwadratowego – interpretacja geometryczna rozwiązań równania kwadratowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory skróconego mnożenia oraz zasadę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu – rozwiązuje równanie kwadratowe przez rozkład na czynniki – rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając z poznanych wzorów – interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego – stosuje poznane wzory przy szkicowaniu wykresu funkcji kwadratowej – rozwiązuje równania kwadratowe z wartością bezwzględną 	<p>Str. 325 - 328 Zad. 2, 5, 6, 7, 12, 15, 22 Str. 329 - 330 Zad. 2, 4, 7, 8, 14</p>
5. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"> – definicja postaci iloczynowej funkcji kwadratowej – twierdzenie o postaci iloczynowej funkcji kwadratowej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – definiuje postać iloczynową funkcji kwadratowej i warunek jej istnienia – zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej – odczytuje wartości pierwiastków trójmianu podanego w postaci iloczynowej – przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej – wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań 	<p>Str. 334 - 335 Zad. 8, 10, 13, 18, 19, 21</p>
6. Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> – metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozumie związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego – rozwiązuje nierówność kwadratową – wyznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań kilku nierówności kwadratowych 	<p>Str. 337 - 338 Zad. 2, 3, 5, 7, 13, 14</p>
			Razem: 15

KLASA II

Materiały dydaktyczne:

Jerzy Janowicz: Zbiór zadań dla klasy 2 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy i rozszerzony, Nowa Era

Oznaczenia:

Pogrubieniem oznaczono tematy i wymagania, które wykraczają poza podstawę programową

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ			
1. Równania kwadratowe – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> – metoda rozwiązywania równań przez rozkład na czynniki – zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego – wzory na pierwiastki równania kwadratowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania kwadratowe, korzystając z poznanych metod i wzorów – wyznacza argument, dla którego funkcja kwadratowa przyjmuje daną wartość – przedstawia trójmian kwadratowy w postaci iloczynowej i podaje jego pierwiastki 	<p>Str. 9 - 11 Zad. 3, 9, 11, 15</p>
2. Nierówności kwadratowe – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> – metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje nierówności kwadratowe – zaznacza na osi liczbowej iloczyn i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych – stosuje nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji, w której wzorze występują pierwiastki kwadratowe 	<p>Str. 12 - 14 Zad. 6, 8, 12, 13, 14, 15</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> – równanie dwukwadratowe – rozwiązywanie równań metodą podstawiania 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych – rozwiązuje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych 	<p>Str. 17 - 18 Zad. 8, 9, 12, 14, 18</p>
4. Układy równań (1)	<ul style="list-style-type: none"> – sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania – podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli – zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności 	<p>Str. 19 - 20 Zad. 2, 3, 9, 11, 13</p>
5. Układy równań (2)	<ul style="list-style-type: none"> – punkty wspólne dwóch parabol 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których obydwa są równaniami parabol, i podaje interpretację geometryczną rozwiązania – zaznacza w układzie współrzędnych obszar opisany układem nierówności – stosuje metodę graficzną do rozwiązywania równań i nierówności drugiego stopnia z wartością bezwzględną 	<p>Str. 21 - 23 Zad. 6, 10, 11, 14, 15</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
6. Wzory Viète'a	<ul style="list-style-type: none"> – wzory Viète'a – określenie znaków pierwiastków równania kwadratowego bez ich wyznaczania 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory Viète'a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego (o ile istnieją) – określa znaki pierwiastków równania kwadratowego, wykorzystując wzory Viète'a – stosuje wzory Viète'a do obliczania wartości wyrażeń zawierających sumę i iloczyn pierwiastków trójmianu kwadratowego – układa równanie kwadratowe, którego pierwiastki spełniają określone warunki – wyprowadza wzory Viète'a 	<p>Str. 24 - 26 Zad. 2, 8, 9, 13, 16</p>
7. Równania i nierówności kwadratowe z parametrem	<ul style="list-style-type: none"> – rozwiązywanie równań i nierówności kwadratowych z parametrem 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – przeprowadza analizę zadania z parametrem – zapisuje konieczne założenia tak, aby zachodziły warunki podane w treści zadania – wyznacza te wartości parametru, dla których są spełnione warunki zadania – rozwiązuje zadania z parametrem o znacznym stopniu trudności 	<p>Str. 27 - 29 Zad. 8, 9, 12, 15, 20, 23, 25</p>
8. Funkcja kwadratowa – zastosowania (1)	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie funkcji kwadratowej – najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji – wyznacza wartość najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym – stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych 	<p>Str. 30 - 31 Zad. 5, 8, 11, 12, 14</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
9. Funkcja kwadratowa – zastosowania (2)	– tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne	Uczeń: – przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisującą daną zależność – znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki – przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź	Str. 32 - 33 Zad. 4, 10, 11, 12, 15
2. WIELOMIANY			
1. Stopień i współczynniki wielomianu	– definicje jednomianu, dwumianu, trójmianu, wielomianu – stopień jednomianu i wielomianu – współczynniki wielomianu, wyraz wolny wielomianu – pojęcie wielomianu zerowego – suma współczynników wielomianu	Uczeń: – rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników – zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach – zapisuje wielomian w sposób uporządkowany – oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu – oblicza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu – sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu – wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki – określa stopień wielomianu w zależności od parametru – oblicza sumę współczynników wielomianu	Str. 41 - 43 Zad. 2, 7, 9, 14, 16

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – dodawanie wielomianów – odejmowanie wielomianów – stopień sumy i różnicy wielomianów – wielomian dwóch (trzech) zmiennych – stopień wielomianu wielu zmiennych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza sumę wielomianów – wyznacza różnicę wielomianów – określa stopień sumy i różnicy wielomianów – szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego – odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu – stosuje wielomian do opisanego np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu – oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów – określa stopień wielomianu wielu zmiennych 	<p>Str. 45 - 47 Zad. 5, 11, 12, 17, 19</p>
3. Mnożenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – mnożenie wielomianów – stopień iloczynu wielomianów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia – wyznacza iloczyn danych wielomianów – podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów – stosuje wielomian do opisanego objętości prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu – wykonuje mnożenie wielomianów i porównuje współczynniki przy odpowiedniej potędze zmiennej – stosuje wielomiany wielu zmiennych w zadaniach różnych typów 	<p>Str. 49 - 51 Zad. 3, 4, 8, 15, 17</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> – wzory skróconego mnożenia: $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$ – wzory: $a^n - 1$ oraz $a^n - b^n$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje wzory na sześcianną sumę lub różnicę oraz wzory na sumę lub różnicę sześcianną – przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości – stosuje wzory $a^3 \pm b^3$ do usuwania niewymierności z mianownika – wyprowadza wzory skróconego mnożenia – stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń 	<p>Str. 53 - 54 Zad. 2, 4, 9, 12, 13, 15</p>
5. Rozkład wielomianu na czynniki (1)	<ul style="list-style-type: none"> – rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów – twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyłącza wspólny czynnik przed nawias – stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki – wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki – zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia – rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów 	<p>Str. 56 - 57 Zad. 4, 5, 6, 7, 9, 12, 13</p>
6. Rozkład wielomianu na czynniki (2)	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześcianną – metoda grupowania wyrazów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki – stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianną do rozkładu wielomianu na czynniki – rozkłada dany wielomian na czynniki, stosując metodę podaną w przykładzie 	<p>Str. 59 - 61 Zad. 1, 4, 6, 8, 12, 14, 15</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
7. Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie pierwiastka wielomianu – równanie wielomianowe 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias – wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów – podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki – wykorzystuje równania wielomianowe w zadaniach dotyczących związków miarowych w prostopadłościanach 	<p>Str. 62 - 63 Zad. 5, 8, 10, 11, 14, 15</p>
8. Dzielenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – algorytm dzielenia wielomianów – podzielność wielomianów – twierdzenie o rozkładzie wielomianu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – dzieli wielomian przez dwumian $\overline{x - a}$ – stosuje schemat Hornera – zapisuje wielomian w postaci $\overline{w(x) = p(x)q(x) + r}$ – sprawdza poprawność wykonanego dzielenia – przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci $x - a$ (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku – dzieli wielomian przez inny wielomian i zapisuje go w postaci $\overline{w(x) = p(x)q(x) + r(x)}$ 	<p>Str. 65 - 67 Zad. 2, 5, 9, 16, 19</p>
9. Równość wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> – wielomiany równe 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza wartości parametrów tak, aby wielomiany były równe, ustalając stopień wielomianów i porównując współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej 	<p>Str. 68 - 69 Zad. 2, 4, 8, 9, 14</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
10. Twierdzenie Bézouta	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o reszcie – twierdzenie Bézouta – dzielenie z resztą wielomianu przez wielomian stopnia drugiego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian $x - a$ bez wykonywania dzielenia – wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$ – sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki – wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian – sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian $(x - p)(x - q)$ bez wykonywania dzielenia – wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez wielomian stopnia drugiego, gdy podane są określone warunki – przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta 	<p>Str. 71 - 72 Zad. 2, 4, 6, 8, 14</p>
11. Pierwiastki całkowite i pierwiastki wymierne wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu – twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych – wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami wymiernymi wielomianu o współczynnikach całkowitych – rozwiązuje równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzeń o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu – stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych i wymiernych wielomianu w zadaniach różnych typów – przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu 	<p>Str. 74 - 75 Zad. 4, 7, 8, 9, 12</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
12. Pierwiastki wielokrotne	<ul style="list-style-type: none"> – definicja pierwiastka k-krotnego wielomianu – twierdzenie o liczbie pierwiastków wielomianu n-tego stopnia 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza pierwiastki wielomianu i podaje ich krotność, gdy dany jest wielomian w postaci iloczynowej – bada, czy wielomian ma inne pierwiastki, oraz określa ich krotność, gdy dane są stopień wielomianu i jego pierwiastki całkowite – znając pierwiastek wielomianu i jego krotność, wyznacza pozostałe pierwiastki wielomianu – podaje przykłady wielomianu, gdy dane są jego stopień oraz pierwiastki i ich krotność – rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych 	<p>Str. 77 - 79 Zad. 4, 8, 11, 13, 17</p>
13. Wykres wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> – przykładowe wykresy wielomianów stopnia trzeciego i czwartego (wykres wielomianu stopnia pierwszego, wykres wielomianu stopnia drugiego – powtórzenie) – znak wielomianu w przedziale $(a; \infty)$, gdzie a jest największym pierwiastkiem – zmiana znaku wielomianu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres wielomianu, gdy dana jest jego postać iloczynowa – dobiera wzór wielomianu do szkicu wykresu – podaje wzór wielomianu, gdy dane są współczynniki przy najwyższej potędze oraz szkic wykresu – szkicuje wykres danego wielomianu, po wyznaczeniu jego pierwiastków 	<p>Str. 80 – 82 Zad. 3, 6, 8, 9, 12</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
14. Nierówności wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> – wartości dodatnie i ujemne funkcji – nierówności wielomianowe – siatka znaków wielomianu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje nierówności wielomianowe, korzystając ze szkicu wykresu – rozwiązuje nierówności wielomianowe, wykorzystując postać iloczynową wielomianu (dowolną metodą: szkicując wykres lub tworząc siatkę znaków) – rozwiązuje nierówność wielomianową, gdy dany jest wzór ogólny wielomianu – stosuje nierówności wielomianowe do wyznaczenia dziedziny funkcji zapisanej za pomocą pierwiastków – wykonuje działania na zbiorach określonych nierównościami wielomianowymi – stosuje nierówności wielomianowe w zadaniach z parametrem 	<p>Str. 84 - 86 Zad. 5, 11, 12, 15, 16, 17</p>
15. Wielomiany – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> – zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu – rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe 	<p>Str. 87 Zad. 2, 4, 6, 7</p>
3. FUNKCJE WYMIERNE			



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	<ul style="list-style-type: none"> hiperbola – wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji własności funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ osie symetrii hiperboli środek symetrii hiperboli 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu szkicuje wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$ w podanym zbiorze odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli wyznacza współczynnik a tak, aby funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ spełniała podane warunki 	<p>Str. 99 - 100 Zad. 2, 10, 13, 15, 17</p>
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor	<ul style="list-style-type: none"> przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o wektor $\llbracket p, q \rrbracket$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> przesuwa wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ o dany wektor, podaje wzór i określa własności otrzymanej funkcji wyznacza dziedzinę i podaje równania asymptot wykresu funkcji określonej wzorem $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$ podaje współrzędne wektora, o jaki należy przesunąć wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, aby otrzymać wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$; szkicuje wykres funkcji $y = \frac{a}{x-p} + q$ wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku dobiera wzór funkcji do jej wykresu wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem 	<p>Str. 102 - 105 Zad. 6, 12, 13, 16, 21, 23</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Funkcja homograficzna	<ul style="list-style-type: none"> – określenie funkcji homograficznej – wykres funkcji homograficznej – postać kanoniczna funkcji homograficznej – asymptoty wykresu funkcji homograficznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – przekształca wzór ogólny funkcji homograficznej do postaci kanonicznej – szkicuje wykres funkcji homograficznej i określa jej własności – wyznacza równania asymptot wykresu funkcji homograficznej – podaje przykładowy wzór funkcji homograficznej, znając jej dziedzinę i zbiór wartości – rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące funkcji homograficznej – rozwiązuje zadania z parametrem na podstawie funkcji homograficznej 	<p>Str. 106 - 108 Zad. 2, 4, 8, 9, 11, 13, 16</p>
4. Przekształcenia wykresu funkcji	<ul style="list-style-type: none"> – metody szkicowania wykresu funkcji $y = f(x)$ i $y = f(x)$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje jej własności – szkicuje wykres funkcji $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją homograficzną, i opisuje jej własności – wyznacza liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$, $f(x) = m$ i $f(x) = m$, gdzie f jest funkcją homograficzną, w zależności od parametru m 	<p>Str. 109 - 111 Zad. 1, 4, 6, 7, 10, 11, 12</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> – mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych – dziedziny iloczynu i ilorazu wyrażeń wymiernych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego i oblicza jego wartość dla danej wartości zmiennej – upraszcza w prostych przypadkach wyrażenia wymierne – wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych – mnoży wyrażenia wymierne – dzieli wyrażenia wymierne – wykorzystuje mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań – mnoży wyrażenia wymierne dwóch zmiennych i podaje konieczne założenia 	<p>Str. 113 - 115 Zad. 4, 13, 14, 17, 19</p>
6. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> – dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych – dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych – dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne – przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych; wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną 	<p>Str. 116 - 118 Zad. 6, 12, 13, 18, 19</p>
7. Równania wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – równania wymierne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia – znajduje współrzędne punktów wspólnych hiperboli i prostej – rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, w których występują wyrażenia wymierne 	<p>Str. 119 - 121 Zad. 7, 8, 10, 12, 20</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Nierówności wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – znak ilorazu a znak iloczynu – nierówności wymierne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – odczytuje z danego wykresu zbiór rozwiązań nierówności wymiernej – rozwiązuje nierówności wymierne i podaje odpowiednie założenia – stosuje nierówności wymierne do porównywania wartości funkcji – rozwiązuje graficznie nierówności wymierne – rozwiązuje układy nierówności wymiernych 	<p style="text-align: center;">Str. 122 - 124 Zad. 5, 8, 9, 14, 17</p>
9. Dziedzina funkcji. Funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none"> – funkcja wymierna – dziedzina funkcji wymiernej – równość funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji, w której wzorze występują ułamki i pierwiastki – wyznacza dziedzinę i miejsce zerowe funkcji wymiernej danej wzorem – bada, czy dane funkcje są równe, i szkicuje ich wykresy – wyznacza iloczyn i iloraz danych funkcji wymiernych, określa dziedzinę iloczynu i ilorazu – rozwiązuje zadania, korzystając z danego wykresu funkcji wymiernej, oraz zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernej 	<p style="text-align: center;">Str. 125 - 128 Zad. 4, 7, 12, 14, 21</p>
10. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (1)	<ul style="list-style-type: none"> – metody rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną – wartość bezwzględna iloczynu i ilorazu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując interpretację geometryczną – rozwiązuje równania i nierówności, w których występuje wartość bezwzględna tego samego wyrażenia 	<p style="text-align: center;">Str. 131 - 133 Zad. 2, 4, 7, 15, 16, 17</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
11. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (2)	– metody rozwiązywania równań i nierówności z wartością bezwzględną	Uczeń: – rozwiązuje równania i nierówności typu $\sqrt{ x - a + bx} = c$, $\sqrt{ x - a + bx} < c$, – rozwiązuje równania i nierówności zapisane za pomocą sumy kilku wartości bezwzględnych – rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, stosując definicję oraz własności wartości bezwzględnej – przekształca wzory funkcji, w których występują sumy (lub różnice) wyrażeń ze znakiem wartości bezwzględnej, szkicuje wykresy tych funkcji i podaje własności	Str. 134 - 136 Zad. 2, 4, 6, 17, 19
12. Równania i nierówności z wartością bezwzględną (3)	– wartość bezwzględna w wyrażeniach wymiernych	Uczeń: – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań i nierówności wymiernych – zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów spełniających zadane warunki	Str. 137 - 138 Zad. 3, 6, 10, 11, 14
13. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1)	– zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: – wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych	Str. 140 - 141 Zad. 4, 8, 11, 13, 14
14. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2)	– zastosowanie zależności $t = \frac{s}{v}$	Uczeń: – wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem	Str. 143 - 145 Zad. 2, 5, 6, 15, 17
4. TRYGONOMETRIA			

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. Trójkąty prostokątne	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa – wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego – stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych – korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego – przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa 	<p style="text-align: center;">Str. 158 - 159 Zad. 7, 10, 11, 12, 13</p>
2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> – definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego – wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60° 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym – podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60° – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków – oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach – uzasadnia proste zależności, korzystając z własności funkcji trygonometrycznych 	<p style="text-align: center;">Str. 160 - 162 Zad. 2, 3, 4, 10, 14, 16</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Trygonometria – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> – odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów w tablicach – odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – odczytuje z tablic wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta ostrego lub wartość kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznej – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych 	<p>Str. 163 - 164 Zad. 1, 3, 5, 8, 11, 12</p>
4. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	<ul style="list-style-type: none"> – rozwiązywanie trójkątów prostokątnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje trójkąty prostokątne – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach i prostopadłościanach 	<p>Str. 166 - 168 Zad. 4, 8, 11, 15, 17</p>
5. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	<ul style="list-style-type: none"> – podstawowe tożsamości trygonometryczne – zależności między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym: $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha,$ $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$ $\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg} \alpha,$ $\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów α i $90^\circ - \alpha$ – wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich – sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności – stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne – uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi 	<p>Str. 170 - 172 Zad. 2, 3, 5, 7, 15, 19, 22</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
6. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego	<ul style="list-style-type: none"> definicje funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego własności funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego zależności: <ul style="list-style-type: none"> $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha,$ $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha,$ $\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku stosuje wzory: $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha, \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$ do obliczania wartości wyrażenia oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych, korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych zaznacza w układzie współrzędnych kąt, gdy dana jest wartość jego funkcji trygonometrycznej 	<p>Str. 174 - 177 Zad. 1, 4, 7, 12, 16, 29</p>
7. Pole trójkąta	<ul style="list-style-type: none"> wzory na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ah, P = \frac{1}{2} absin\gamma,$ wzór Herona) wzór na pole trójkąta równobocznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> podaje różne wzory na pole trójkąta oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów dowodzi zależności w trójkątach z zastosowaniem trygonometrii wyprowadza wzór $P = \frac{1}{2} absin\gamma$ wykorzystuje poznane wzory na pole trójkąta do rozwiązywania zadań 	<p>Str. 178 - 180 Zad. 7, 10, 15, 18, 23</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Pole czworokąta	<ul style="list-style-type: none"> – wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności – podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu – oblicza pola czworokątów – wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach – uzasadnia związki miarowe w czworokątach 	<p>Str. 181 - 183 Zad. 5, 6, 8, 15, 17</p>
5. PLANIMETRIA			
1. Okrąg	<ul style="list-style-type: none"> – długość okręgu – kąt środkowy – długość łuku okręgu – wzajemne położenie okręgów 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje kąty środkowe w okręgu – oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu – określa wzajemne położenie dwóch okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami – wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań 	<p>Str. 194 - 195 Zad. 3, 4, 12, 13, 15, 18</p>
2. Koło	<ul style="list-style-type: none"> – pole koła – pole wycinka koła – pierścień kołowy – odcinek koła 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza pole figury, stosując wzór na pole koła i pole wycinka koła 	<p>Str. 197 – 199 Zad. 6, 9, 11, 12, 17</p>
3. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> – styczna do okręgu – sieczna okręgu – twierdzenie o odcinkach stycznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu, określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu – stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań 	<p>Str. 200 – 201 Zad. 4, 6, 7, 8, 13</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Kąty w okręgu	<ul style="list-style-type: none"> – pojęcie kąta wpisanego – twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia – twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – twierdzenie o cięciwach 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte – stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia i twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu – formułuje twierdzenie dotyczące kątów środkowego i wpisanego w okrąg oraz dowodzi jego prawdziwości – stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach – przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach 	<p>Str. 203 - 205 Zad. 3, 6, 8, 10, 11</p>
5. Okrąg opisany na trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> – okrąg opisany na trójkącie – promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym – wzór na pole trójkąta $P = \frac{abc}{4R}$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym lub prostokątnym – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na dowolnym trójkącie w zadaniach z planimetrii – stosuje wzór $P = \frac{abc}{4R}$ – wyprowadza wzór $P = \frac{abc}{4R}$ 	<p>Str. 207 - 208 Zad. 11, 12, 13, 15, 18, 19, 20</p>
6. Okrąg wpisany w trójkąt	<ul style="list-style-type: none"> – okrąg wpisany w trójkąt – wzór na pole trójkąta $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny lub prostokątny – rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w dowolny trójkąt – stosuje wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ – wyprowadza wzór $P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r$ 	<p>Str. 209 - 211 Zad. 4, 6, 8, 12, 15, 18, 21</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
7. Okrąg opisany na czworokącie	– twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie	Uczeń: – sprawdza, czy na danym czworokącie można opisać okrąg – stosuje twierdzenie o okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązywania zadań – uzasadnia, że jeśli na czworokącie można opisać okrąg, to sumy miar przeciwległych kątów tego czworokąta są równe i mają po 180°	Str. 212 - 213 Zad. 4, 8, 9, 12, 17, 19
8. Okrąg wpisany w czworokąt	– twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt	Uczeń: – sprawdza, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg – stosuje twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt do rozwiązywania zadań – uzasadnia, że jeśli w czworokąt wypukły można wpisać okrąg, to sumy długości przeciwległych boków tego czworokąta są równe	Str. 215 - 216 Zad. 6, 9, 11, 14, 16
9. Wielokąty foremne	– wielokąt foremny – promień okręgu opisanego na sześciokącie foremnym – promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny – miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego	Uczeń: – rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności – oblicza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego – wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych – oblicza promień okręgu opisanego na wielokącie foremnym i wpisanego w wielokąt foremny – formułuje twierdzenia dotyczące związków w wielokątach foremnych oraz dowodzi ich prawdziwości	Str. 218 - 220 Zad. 6, 7, 8, 13, 17, 20, 23

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
10. Twierdzenie sinusów	– twierdzenie sinusów	Uczeń: – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym – wykorzystuje twierdzenie sinusów w zadaniach na dowodzenie – przeprowadza dowód twierdzenia sinusów	Str. 221 - 222 Zad. 5, 6, 7, 8, 11, 13
11. Twierdzenie cosinusów(1)	– twierdzenie cosinusów	Uczeń: – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów – przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów	Str. 224 - 225 Zad. 1, 3, 10, 12, 13, 16, 17
12. Twierdzenie cosinusów (2)	– twierdzenie o największym kącie w trójkącie	Uczeń: – wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, gdy dane są długości boków trójkąta – bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	Str. 227 Zad. 3, 5, 6, 7, 10, 11, 17
6. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA			
1. Potęga o wykładniku rzeczywistym	– definicja potęgi o podstawie będącej liczbą dodatnią i wykładniku rzeczywistym – prawa działań na potęgach o wykładnikach rzeczywistych	Uczeń: – zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym – upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach – porównuje liczby przedstawione w postaci potęg	Str. 238 - 239 Zad. 3, 6, 10, 11, 12, 14

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none"> – definicja funkcji wykładniczej – wykres funkcji wykładniczej – własności funkcji wykładniczej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – oblicza wartości funkcji wykładniczej dla podanych argumentów – sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej – szkicuje wykres funkcji wykładniczej i podaje jej własności – porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej – wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres – rozwiązuje proste równania i nierówności wykładnicze, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej 	<p>Str. 242 - 244 Zad. 6, 7, 9, 10, 16, 17,</p>
3. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej (1)	<ul style="list-style-type: none"> – przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej o wektor – przekształcenie wykresu funkcji wykładniczej przez symetrię względem osi układu współrzędnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji wykładniczej, stosując przesunięcie o wektor albo symetrię względem osi układu współrzędnych, i podaje jej własności – szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia przesunięcia o wektor i symetrii względem osi układu współrzędnych i podaje wartości tej funkcji – rozwiązuje graficznie proste nierówności wykładnicze, korzystając z odpowiednio przekształconego wykresu funkcji wykładniczej 	<p>Str. 246 - 248 Zad. 3, 7, 8, 10, 13, 15, 17, 18</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej (2)	<ul style="list-style-type: none"> przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej $y = f(x)$ i $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją wykładniczą 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ i $y = f(x)$, gdy dany jest wykres funkcji wykładniczej f szkicuje wykres funkcji wykładniczej otrzymany w wyniku złożenia kilku przekształceń rozwiązuje graficznie równania i nierówności, korzystając z wykresów funkcji wykładniczych zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane za pomocą krzywych 	<p>Str. 250 – 251 Zad. 1, 3, 5, 10, 11</p>
5. Własności funkcji wykładniczej	<ul style="list-style-type: none"> różnowartościowość funkcji wykładniczej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> rozwiązuje proste równania wykładnicze, korzystając z różnowartościowości funkcji wykładniczej rozwiązuje proste nierówności wykładnicze, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne są opisane za pomocą nierówności wykładniczych 	<p>Str. 253 - 254 Zad. 3, 6, 7, 9, 12</p>
6. Logarytm	<ul style="list-style-type: none"> definicja logarytmu – powtórzenie własności logarytmu: $\log_a 1 = 0, \log_a a = 1,$ gdzie $a > 0, a \neq 1$ – powtórzenie równości: $\log_a a^x = x, a^{\log_a b} = b,$ gdzie $\boxed{\times}$ pojęcie logarytmu dziesiętnego – powtórzenie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> oblicza logarytm danej liczby stosuje do obliczeń równości wynikające z definicji logarytmu wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej podaje przybliżone wartości logarytmów dziesiętnych z wykorzystaniem tablic udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. $\log_2 3$ 	<p>Str. 255 - 256 Zad. 1, 8, 9, 10, 11, 14</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
7. Własności logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> – twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu oraz logarytmie potęgi – powtórzenie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – podaje założenia i zapisuje w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy – stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń – udowadnia twierdzenia o logarytmach 	<p>Str. 258 - 259 Zad. 2, 6, 10, 11, 13, 15</p>
8. Funkcja logarymiczna	<ul style="list-style-type: none"> – definicja funkcji logarymicznej – wykres funkcji logarymicznej – własności funkcji logarymicznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> – szkicuje wykres funkcji logarymicznej i określa jej własności – oblicza podstawę logarytmu we wzorze funkcji logarymicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do wykresu tej funkcji – wyznacza zbiór wartości funkcji logarymicznej o podanej dziedzinie – rozwiązuje proste nierówności logarymiczne, korzystając z wykresu funkcji logarymicznej – wykorzystuje własności funkcji logarymicznej do rozwiązywania zadań różnego typu, w tym zadań z parametrem 	<p>Str. 261 - 262 Zad. 4, 6, 7, 12, 13</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
9. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej	<ul style="list-style-type: none"> przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej – przesunięcie o wektor, przekształcenie przez symetrię względem osi układu współrzędnych, wykresy funkcji $y = f(x)$ i $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją logarytmiczną 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> szkicuje wykres funkcji logarytmicznej, stosując poznane przekształcenia, i określa jej własności wyznacza dziedzinę funkcji logarytmicznej rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące funkcji logarytmicznej rozwiązuje nierówności logarytmiczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej rozwiązuje graficznie równania, znajdując na rysunku punkty wspólne wykresu funkcji logarytmicznej i prostej zaznacza w układzie współrzędnych zbiory punktów, których współrzędne są opisane za pomocą nierówności logarytmicznych 	<p>Str. 264 - 266 Zad. 3, 5, 7, 10, 11, 12, 16, 19</p>
10. Zmiana podstawy logarytmu	<ul style="list-style-type: none"> twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu przy przekształcaniu wyrażeń z logarytmami stosuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami wykorzystuje twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu w zadaniach na dowodzenie udowadnia twierdzenie o zmianie podstawy logarytmu 	<p>Str. 268 - 269 Zad. 3, 4, 8, 9, 12, 15</p>
11. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> wzrost wykładniczy rozpad promieniotwórczy 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego 	<p>Str. 271 - 272 Zad. 1, 3, 5</p>
			Razem: 15/45

KLASA III

Materiały dydaktyczne:

Jerzy Janowicz: Zbiór zadań dla klasy 3 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy i rozszerzony, Nowa Era

Oznaczenia:

Pogrubieniem oznaczono tematy i wymagania, które wykraczają poza podstawę programową

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
1. FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE			
1. Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta	<ul style="list-style-type: none"> - kąt w układzie współrzędnych - definicje funkcji trygonometrycznych kąta $\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)$ - znaki wartości funkcji trygonometrycznych - wyznaczanie wartości funkcji trygonometrycznych na podstawie definicji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zaznacza kąt w układzie współrzędnych - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu - określa znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: $90^\circ, 120^\circ, 135^\circ, 225^\circ$, korzystając z definicji dowolnego kąta $\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)$ - określa położenie końcowego ramienia kąta na podstawie informacji o wartościach funkcji trygonometrycznych tego kąta - oblicza wartości, w których występują funkcje trygonometryczne kątów należących do przedziału $(0^\circ; 360^\circ)$ 	<p>Str. 11 - 12 Zad. 2, 3, 6, 8, 11</p>
2. Kąt obrotu	<ul style="list-style-type: none"> - dodatni i ujemny kierunek obrotu - wartości funkcji trygonometrycznych kąta $k \cdot 360^\circ + \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$, $\alpha \in (0^\circ; 360^\circ)$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zaznacza w układzie współrzędnych położenie ramienia końcowego danego kąta α - zapisuje miarę danego kąta w postaci $k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbf{Z}$ - wyznacza kąt, gdy dany jest punkt należący do jego końcowego ramienia 	<p>Str. 14 - 15 Zad. 4, 5, 6, 9, 11</p>



		<ul style="list-style-type: none"> - bada, czy punkt należy do końcowego ramienia danego kąta - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, gdy dana jest jego miara stopniowa - wyznacza kąt w podanym przedziale, gdy dana jest wartość jednej jego funkcji trygonometrycznej - określa miarę kąta na podstawie informacji podanych w zadaniu 	
3. Miara łukowa kąta	<ul style="list-style-type: none"> - miara łukowa kąta - radian jako jednostka miary łukowej - zamiana miary stopniowej kąta na miarę łukową i odwrotnie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zamienia miarę stopniową na miarę łukową i odwrotnie - zapisuje miarę łukową danego kąta w postaci $2k\pi + \alpha, k \in \mathbf{Z}$ - oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów o danej mierze łukowej 	<p>Str. 16 Zad. 1, 2, 5, 7</p>
4. Funkcje okresowe	<ul style="list-style-type: none"> - definicja funkcji okresowej - okres podstawowy funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - odczytuje okres podstawowy funkcji z jej wykresu - szkicuje wykres funkcji okresowej - stosuje okresowość funkcji do wyznaczania jej wartości 	<p>Str. 18 - 19 Zad. 2, 6, 11, 12</p>
5. Wykresy funkcji sinus i cosinus	<ul style="list-style-type: none"> - wykresy funkcji sinus i cosinus - własności funkcji sinus i cosinus - środki symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - osie symetrii wykresów funkcji sinus i cosinus - funkcje parzyste i funkcje nieparzyste 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - określa własności funkcji sinus i cosinus w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji sinus i cosinus argumenty, dla których funkcja przyjmuje daną wartość - korzystając z wykresów funkcji sinus i cosinus podaje liczbę rozwiązań równania $\sin x = m, \cos x = m$ w zależności od parametru m 	<p>Str. 21 - 22 Zad. 4, 5, 10, 11, 13</p>
6. Wykresy funkcji tangens i cotangens	<ul style="list-style-type: none"> - wykresy funkcji tangens i cotangens - własności funkcji tangens i cotangens - środki symetrii wykresów funkcji tangens i cotangens 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - określa własności funkcji tangens i cotangens w danym przedziale - odczytuje z wykresów funkcji tangens i cotangens rozwiązania równania $\operatorname{tg} x = a, \operatorname{ctg} x = a$ w podanym przedziale 	<p>Str. 24 - 26 Zad. 5, 6, 9, 11, 14, 16</p>
7. Przesunięcie wykresu	<ul style="list-style-type: none"> - metoda otrzymywania wykresu 	<p>Uczeń:</p>	



funkcji o wektor	funkcji $y = f(x - p) + q$	<ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykres funkcji $y = f(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi OX - szkicuje wykres funkcji będącej złożeniem przesunięcia i symetrii względem osi OX - podaje zbiory wartości funkcji, np. $f(x) = 2 \cos^2 x - 1$ 	Str. 27 - 28 Zad. 4, 5, 9, 10, 15
8. Przekształcenia wykresu funkcji (1)	<ul style="list-style-type: none"> - metoda szkicowania wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - pojęcie amplitudy wykresu funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje amplitudę wykresu funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną - szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykres funkcji $y = af(x - p) + q$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności 	Str. 31 - 33 Zad. 5, 6, 7, 8, 13, 16
9. Przekształcenia wykresu funkcji (2)	- metoda szkicowania wykresu funkcji $y = f(ax)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykres funkcji $y = af(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa jej własności - szkicuje wykresy funkcji będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności 	Str. 35 - 37 Zad. 2, 4, 4, 8, 13, 14
10. Przekształcenia wykresu funkcji (3)	- metoda szkicowania wykresów funkcji $y = f(x) $ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$ oraz $y = f(x)$, gdzie f jest funkcją trygonometryczną, i określa ich własności - szkicuje wykresy funkcji trygonometrycznych będących złożeniem kilku przekształceń i określa ich własności - stosuje wykresy funkcji w zadaniach różnych typów 	Str. 39 - 40 Zad. 5, 7, 8, 13, 14
11. Tożsamości trygonometryczne	<ul style="list-style-type: none"> - podstawowe tożsamości trygonometryczne - metody dowodzenia tożsamości trygonometrycznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje podstawowe tożsamości trygonometryczne w prostych sytuacjach - dowodzi tożsamości trygonometrycznych, podając odpowiednie założenia - oblicza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest wartość jednej z nich 	Str. 42 - 43 Zad. 3, 5, 8, 9, 11, 14

<p>12. Funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów</p>	<ul style="list-style-type: none"> - funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - funkcje trygonometryczne podwojonego kąta 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych kątów z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - stosuje wzory na funkcje trygonometryczne podwojonego kąta - wykorzystuje wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego do obliczania wartości funkcji trygonometrycznych połowy kąta - stosuje poznane wzory do przekształcania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne, w tym do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów - wyprowadza wzory na funkcje trygonometryczne kąta podwojonego i funkcje trygonometryczne połowy kąta 	<p>Str. 45 - 47 Zad. 2, 3, 4, 5, 12, 17, 18</p>
<p>13. Wzory redukcyjne</p>	<ul style="list-style-type: none"> - wzory redukcyjne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - zapisuje dany kąt w postaci $k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha$ lub $k \cdot 90^\circ \pm \alpha$, gdzie $k \in \mathbf{Z}$ - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem wzorów redukcyjnych (także z wykorzystaniem tablic wartości trygonometrycznych lub kalkulatora) - wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych danych kątów z zastosowaniem własności funkcji trygonometrycznych 	<p>Str. 49 - 51 Zad. 2, 3, 9, 13, 15, 21</p>
<p>14. Równania trygonometryczne (1)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - metody rozwiązywania równań trygonometrycznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje proste równania trygonometryczne - rozwiązuje równania trygonometryczne, wyłączając wspólny czynnik poza nawias 	<p>Str. 53 - 55 Zad. 1, 2, 5, 9, 12, 13, 17</p>
<p>15. Równania trygonometryczne (2)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - rozwiązywanie równań trygonometrycznych metodą grupowania wyrazów, 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje równania trygonometryczne, które można sprowadzić do równań wielomianowych 	<p>Str. 57 - 58</p>



	<p>podstawiania i wykorzystywania wzorów na funkcje trygonometryczne sum i różnic kątów</p> <ul style="list-style-type: none"> - wzory na sumę i różnicę sinusów oraz cosinusów 	<ul style="list-style-type: none"> - stosuje wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów 	<p>Zad. 1, 9, 13, 15</p>
16. Nierówności trygonometryczne	<ul style="list-style-type: none"> - metody rozwiązywania nierówności trygonometrycznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych - rozwiązuje nierówności trygonometryczne, stosując odpowiednie podstawienia 	<p>Str. 60 - 61 Zad. 1, 2, 8, 9, 11</p>
2. GEOMETRIA ANALITYCZNA			
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> - wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza odległości między punktami w układzie współrzędnych - stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych - wyznacza równanie krzywej, do której należą punkty równo odległe od punktu i od prostej 	<p>Str. 74 - 76 Zad. 3, 4, 7, 11, 14, 16</p>
2. Środek odcinka	<ul style="list-style-type: none"> - wzór na współrzędne środka odcinka 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza współrzędne środka odcinka, gdy dane są współrzędne jego końców - wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca - stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych 	<p>Str. 78 - 79 Zad. 3, 6, 10, 15, 16</p>
3. Odległość punktu od prostej	<ul style="list-style-type: none"> - wzór na odległość punktu od prostej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza odległość punktu od prostej - oblicza odległość między prostymi równoległymi - stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów 	<p>Str. 81 -82 Zad. 1, 2, 9, 13, 16</p>

4. Okrąg w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> - równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych - równanie okręgu w postaci kanonicznej - równanie okręgu w postaci ogólnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu - sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu - wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt - wyznacza środek i promień okręgu, gdy dane jest jego równanie w postaci kanonicznej lub postaci ogólnej - sprawdza, czy dane równanie jest równaniem okręgu - wyznacza wartość parametru tak, aby dane równanie opisywało okrąg - wyznacza równanie okręgu opisanego na trójkącie - stosuje w zadaniach równanie okręgu 	<p>Str. 84 - 86 Zad. 4, 5, 9, 10, 18, 19</p>
5. Wzajemne położenie dwóch okręgów	<ul style="list-style-type: none"> - okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa wzajemne położenie dwóch okręgów - podaje liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów - wyznacza równanie okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego podanym równaniem - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgów, w tym zadania z parametrem 	<p>Str. 88 - 90 Zad. 1, 2, 6, 14, 19</p>
6. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> - styczna do okręgu - sieczna okręgu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu - wyznacza równanie stycznej do okręgu spełniającej podane warunki - określa liczbę punktów wspólnych okręgu i prostej w zależności od parametru - rozwiązuje zadania dotyczące wzajemnego położenia okręgu i prostej 	<p>Str. 92 - 94 Zad. 4, 8, 13, 20, 21</p>
7. Układy równań drugiego stopnia	<ul style="list-style-type: none"> - sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których 	<p>Str.</p>



		co najmniej jedno jest drugiego stopnia, w tym zadania z parametrem – stosuje układy równań drugiego stopnia w zadaniach różnych typów	95 - 97 Zad. 1, 4, 6, 7, 11, 18
8. Koło w układzie współrzędnych	– nierówność opisująca koło	Uczeń: – sprawdza, czy dany punkt należy do danego koła – opisuje koło w układzie współrzędnych – podaje geometryczną interpretację rozwiązania układu nierówności drugiego stopnia – opisuje układem nierówności przedstawiony podzbiór płaszczyzny	Str. 99 - 102 Zad. 3, 10, 11, 13, 16
9. Działania na wektorach	– dodawanie i odejmowanie wektorów – mnożenie wektora przez liczbę – interpretacja geometryczna działań na wektorach – długość wektora – pojęcia wektora zerowego i wektora jednostkowego – równoległość wektorów	Uczeń: – wykonuje działania na wektorach – sprawdza, czy wektory są równoległe – wyznacza wartości parametru tak, aby wektory spełniały podany warunek – stosuje w zadaniach działania na wektorach i ich interpretację geometryczną	Str. 105 - 107 Zad. 2, 3, 7, 8, 11, 13, 15, 17, 18
10. Wektory – zastosowania	– zastosowanie działań na wektorach	Uczeń: – stosuje działania na wektorach do badania współliniowości punktów – stosuje działania na wektorach do podziału odcinka – stosuje wektory w zadaniach z geometrii analitycznej – wykorzystuje działania na wektorach w zadaniach na dowodzenie	Str. 109 - 111 Zad. 1, 12, 13, 14, 16
11. Symetria osiowa	– definicja symetrii osiowej – figury osiowosymetryczne – symetria względem osi układu współrzędnych	Uczeń: – wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii – znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem osi układu współrzędnych	Str. 112 - 114 Zad. 1, 12, 16, 17, 18



		<ul style="list-style-type: none"> - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - wyznacza równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych lub prostej o danym równaniu - stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach 	
12. Symetria środkowa	<ul style="list-style-type: none"> - definicja symetrii środkowej - figury środkowosymetryczne - symetria względem początku układu współrzędnych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wskazuje figury środkowosymetryczne - znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych - szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków - podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych - stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej 	<p>Str. 115 - 117 Zad. 3, 14, 15, 19, 22, 23</p>
3. CIĄGI			
1. Pojęcie ciągu	<ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągu - ciąg liczbowy - wykres ciągu - wyraz ciągu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie - szkicuje wykres ciągu 	<p>Str.130 - 131 Zad. 8, 9, 12, 15, 16, 17</p>
2. Sposoby określania ciągu	<ul style="list-style-type: none"> - sposoby określania ciągu - wzór ogólny ciągu 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów - wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym - wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek - wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki 	<p>Str. 134 - 136 Zad. 5, 7, 9, 11, 15</p>
3. Ciągi monotoniczne (1)	<ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają dane warunki - uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny, gdy dane są jego 	<p>Str. 138 - 140 Zad.</p>

		<p>kolejne wyrazy albo wzór ogólny</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym - bada monotoniczność ciągu, korzystając z definicji - wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym - dowodzi monotoniczności ciągów określonych za pomocą innych ciągów monotonicznych; podaje przykłady takich ciągów 	1, 3, 4, 6, 15
4. Ciągi określone rekurencyjnie	- określenie rekurencyjne ciągu	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie - wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny ciągu - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu 	<p>Str. 142 - 145 Zad. 2, 4, 7, 8, 15</p>
5. Ciągi monotoniczne (2)	- suma, różnica, iloczyn i iloraz ciągów	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór ogólny ciągu będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorzem danych ciągów - bada monotoniczność sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące monotoniczności ciągu 	<p>Str. 147 - 149 Zad. 1, 4, 5, 9, 10, 19</p>
6. Ciąg arytmetyczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy - wzór ogólny ciągu arytmetycznego - monotoniczność ciągu arytmetycznego - własności ciągu arytmetycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów arytmetycznych - wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica - określa monotoniczność ciągu arytmetycznego - wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy - stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego 	<p>Str. 150 - 151 Zad. 2, 3, 4, 9, 10, 11</p>



7. Ciąg arytmetyczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> - zastosowanie w zadaniach własności ciągu arytmetycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym - udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej - stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego 	<p>Str. 153 - 155 Zad. 1, 4, 13, 14, 15, 20</p>
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	<ul style="list-style-type: none"> - wzory na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - stosuje w zadaniach tekstowych wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego - uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego - bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego 	<p>Str. 157 - 159 Zad. 1, 6, 8, 13, 14, 17, 18</p>
9. Ciąg geometryczny (1)	<ul style="list-style-type: none"> - definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu - wzór ogólny ciągu geometrycznego - własności ciągu geometrycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje przykłady ciągów geometrycznych - wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz - wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy - wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny 	<p>Str. 161 - 162 Zad. 7, 9, 10, 11, 12</p>
10. Ciąg geometryczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> - monotoniczność ciągu geometrycznego - pojęcie średniej geometrycznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - określa monotoniczność ciągu geometrycznego - udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym - stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego oraz średnią geometryczną - stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu 	<p>Str. 164 - 166 Zad. 5, 7, 11, 19, 20</p>
11. Suma początkowych	<ul style="list-style-type: none"> - wzór na sumę n początkowych 	<p>Uczeń:</p>	



wyrazów ciągu geometrycznego	wyrazów ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none"> - oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego - stosuje wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu 	<p>Str. 167 - 169 Zad. 5, 11, 12, 15, 18</p>
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	<ul style="list-style-type: none"> - własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach różnego typu, w tym w zadaniach na dowodzenie 	<p>Str. 170 - 172 Zad. 5, 7, 12, 16, 17, 18</p>
13. Procent składany	<ul style="list-style-type: none"> - procent składany - kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji - stopy procentowe nominalna i efektywna 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji - oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania - oblicza oprocentowanie lokaty - ustala okres oszczędzania - rozwiązuje zadania związane z kredytami 	<p>Str. 173 - 175 Zad. 1, 5, 7, 13</p>
14. Granica ciągu	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy ciągu - pojęcia: ciąg zbieżny, granica właściwa ciągu, prawie wszystkie wyrazy ciągu - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0 \text{ dla } q \in (-1; 1),$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a} = 1 \text{ dla } a > 0,$ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \text{ dla } k > 0$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jego granicę - ustala, ile wyrazów danego ciągu jest oddalonych od danej liczby o podaną wartość - uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy 	<p>Str. 178 - 179 Zad. 2, 3, 4, 6, 10, 11</p>
15. Ciągi rozbieżne	<ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągu rozbieżnego do ∞ ($-\infty$) - pojęcie granicy niewłaściwej - twierdzenia: $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty \text{ dla } q > 1,$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy - bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych (mniejszych) od danej liczby 	<p>Str. 182 Zad. 2, 3, 4, 6, 7</p>



	$\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = \infty$ dla $k > 0$	- udowodnia rozbieżność ciągu, korzystając z definicji	
16. Obliczanie granic ciągów (1)	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - twierdzenie o trzech ciągach - twierdzenie $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych - stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów - oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach 	<p>Str. 186 - 188 Zad. 5, 6, 7, 8, 15, 17, 21</p>
17. Obliczanie granic ciągów (2)	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o własnościach granic ciągów rozbieżnych - symbole nieoznaczone 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych - wyznacza granice ciągu w zależności od wartości parametru - uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej 	<p>Str. 190 - 191 Zad. 1, 3, 5, 6, 13</p>
18. Szereg geometryczny	<ul style="list-style-type: none"> - definicja szeregu geometrycznego - suma szeregu geometrycznego - pojęcia szeregu zbieżnego i szeregu rozbieżnego - wzór na sumę szeregu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie $q \in (-1; 1)$: $S = \frac{a_1}{1-q}$ - warunek zbieżności i warunek rozbieżności szeregu geometrycznego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny - oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego - stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów - rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego - zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły 	<p>Str. 193 - 195 Zad. 5, 7, 8, 12, 13, 15, 20</p>
4. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY			
1. Granica funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> - intuicyjne pojęcie granicy funkcji w punkcie - pojęcie sąsiedztwa punktu x_0 - definicja granicy funkcji w punkcie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu - uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie, korzystając z definicji 	<p>Str. 208 - 210 Zad. 1, 3, 4, 9, 12, 16</p>



2. Obliczanie granic funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenie o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji w punkcie - twierdzenie o granicy wielomianu i granicy funkcji wymiernej w punkcie - twierdzenie o granicy funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - twierdzenie o granicach funkcji sinus i cosinus w punkcie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie - oblicza granicę funkcji $y = \sqrt{f(x)}$ w punkcie - oblicza granice funkcji w punkcie, stosując własności granic funkcji sinus i cosinus w punkcie 	<p>Str. 212 - 214 Zad. 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 15, 17</p>
3. Granice jednostronne	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy prawostronnej i lewostronnej funkcji w punkcie - twierdzenie o związku między granicami jednostronnymi w punkcie a granicą funkcji w punkcie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie - stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie 	<p>Str. 216 - 217 Zad. 2, 3, 8, 9, 11</p>
4. Granice niewłaściwe	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy niewłaściwej funkcji w punkcie - definicja granicy niewłaściwej jednostronnej funkcji w punkcie - twierdzenia dotyczące granic niewłaściwych funkcji w punkcie - asymptota pionowa wykresu funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie - wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie - wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji 	<p>Str. 220 – 222 Zad. 1, 2, 5, 10, 19</p>
5. Granica funkcji w nieskończoności	<ul style="list-style-type: none"> - definicja granicy funkcji w nieskończoności - twierdzenie dotyczące granicy niektórych funkcji w nieskończoności - asymptota pozioma wykresu funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza granice funkcji w nieskończoności - stosuje różne metody wyznaczania granicy odpowiednio w ∞ i w $-\infty$ - wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji - udowadnia, że funkcja nie ma granicy w nieskończoności 	<p>Str. 224 - 225 Zad. 3, 7, 8, 10, 11</p>



6. Ciągłość funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - definicja ciągłości funkcji w punkcie - twierdzenie o ciągłości: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji ciągłych w punkcie - definicja funkcji ciągłej w przedziale $(a; b)$ i w przedziale $[a; b)$ 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie - bada ciągłość funkcji - wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale 	<p>Str. 228 - 230 Zad. 5, 6, 11, 12, 14</p>
7. Własności funkcji ciągłych	<ul style="list-style-type: none"> - własność Darboux - twierdzenie Weierstrassa 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich (własność Darboux) do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości - stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej i największej funkcji w danym przedziale domkniętym 	<p>Str. 232 - 233 Zad. 2, 4, 5, 7, 9</p>
8. Pochodna funkcji w punkcie	<ul style="list-style-type: none"> - iloraz różnicowy funkcji - współczynnik kierunkowy prostej jako tangens kąta nachylenia prostej do osi OX - styczna i sieczna wykresu funkcji - definicja pochodnej funkcji w punkcie - interpretacja geometryczna pochodnej funkcji w punkcie 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z definicji pochodnej - stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie - oblicza miarę kąta, jaki styczna do wykresu funkcji w punkcie tworzy z osią OX - uzasadnia, że funkcja nie ma pochodnej w punkcie 	<p>Str. 235 - 237 Zad. 4, 9, 13, 15, 18</p>
9. Funkcja pochodna	<ul style="list-style-type: none"> - określenie funkcji pochodnej danej funkcji - funkcja różniczkowalna - wzory na pochodne funkcji potęgowej - równanie stycznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - korzysta ze wzorów do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie - wyznacza współrzędne punktu wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki 	<p>Str. 239 - 240 Zad. 1, 6, 9, 10, 15</p>



		<ul style="list-style-type: none"> - na podstawie definicji pochodnej wyprowadza wzory na pochodne funkcji 	
10. Działania na pochodnych	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji - pochodne funkcji trygonometrycznych 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje twierdzenia o pochodnej: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz wartości pochodnej w punkcie - stosuje pochodne w zadaniach dotyczących stycznej do wykresu funkcji - wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych - wyprowadza wzory na pochodną: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji 	<p>Str. 242 - 243 Zad. 5, 7, 8, 10, 11, 18, 19</p>
11. Pochodna funkcji złożonej	<ul style="list-style-type: none"> - funkcja złożona, funkcja wewnętrzna, funkcja zewnętrzna - twierdzenie o pochodnej funkcji złożonej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wzór funkcji złożonej oraz jej dziedzinę - wyznacza pochodną funkcji złożonej - stosuje pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących stycznej - wyznacza pochodną funkcji będącej złożeniem funkcji trygonometrycznych i wielomianów 	<p>Str. 246 - 247 Zad. 4, 5, 7, 10, 13</p>
12. Interpretacja fizyczna pochodnej	<ul style="list-style-type: none"> - interpretacja fizyczna pochodnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - stosuje pochodną do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał 	<p>Str. 249 - 251 Zad. 3, 10, 12</p>
13. Monotoniczność funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - twierdzenia o związku monotoniczności funkcji i znaku jej pochodnej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji - uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna, stosując twierdzenie o znaku pochodnej - wykorzystuje znak pochodnej do uzasadniania nierówności trygonometrycznych 	<p>Str. 253 - 255 Zad. 2, 3, 9, 13, 16</p>



14. Ekstrema funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - definicje minimum lokalnego i maksimum lokalnego - warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu - wyznacza ekstremum funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający jego istnienia - wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie - uzasadnia, że dana funkcja nie ma ekstremum 	<p>Str. 256 - 257 Zad. 1, 3, 7, 8, 15</p>
15. Wartość najmniejsza i wartość największa funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - wartości najmniejsza i największa funkcji w przedziale domkniętym 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym - wyznacza zbiór wartości funkcji, stosując twierdzenie o przyjmowaniu wartości największej i najmniejszej - wykorzystuje wartość najmniejszą i wartość największą funkcji w zadaniach z parametrem 	<p>Str. 259 - 260 Zad. 1, 2, 3, 8, 13</p>
16. Zagadnienia optymalizacyjne	<ul style="list-style-type: none"> - zagadnienia optymalizacyjne 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wykorzystuje umiejętność wyznaczania najmniejszej i największej wartości funkcji w zadaniach optymalizacyjnych 	<p>Str. 262 - 263 Zad. 2, 3, 5, 10, 14</p>
17. Szkicowanie wykresu funkcji	<ul style="list-style-type: none"> - schemat badania własności funkcji 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - podaje schemat badania własności funkcji - bada własności funkcji i zapisuje je w tabeli - szkicuje wykres funkcji na podstawie jej własności 	<p>Str. 265 - 266 Zad. 3, 4, 5, 7, 8, 9, 14, 15</p>
5. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie średniej arytmetycznej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych - oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną 	<p>Str. 276 - 277 Zad. 6, 8, 11, 14, 15</p>



2. Mediana, skala centylowa i dominanta	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie mediany - pojęcie skali centylowej - pojęcie dominanty 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - wyznacza medianę i dominantę zestawu danych - odczytuje informacje ze skali centylowej - wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób - wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę 	<p style="text-align: center;">Str. 279 - 283 Zad. 1, 3, 5, 7, 14, 19</p>
3. Odchylenie standardowe	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie wariancji - pojęcie odchylenia standardowego 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych - oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami 	<p style="text-align: center;">Str. 284 - 286 Zad. 3, 4, 7, 9, 13</p>
4. Średnia ważona	<ul style="list-style-type: none"> - pojęcie średniej ważonej 	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> - oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami - stosuje w zadaniach średnią ważoną 	<p style="text-align: center;">Str. 288 - 290 Zad. 2, 4, 5, 7, 12</p>
			Razem: 15

ŹRÓDŁA:

- 1) *Agnieszka Kamińska, Dorota Ponczek „Plan wynikowy MATeMATyka 1 zakres podstawowy i rozszerzony” – Nowa Era*
- 2) *Jerzy Janowicz, Marcin Wesółowski „Zbiór zadań dla klasy 1 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy i rozszerzony” -Nowa Era*
- 3) *Agnieszka Kamińska, Dorota Ponczek „Plan wynikowy MATeMATyka 2 zakres podstawowy i rozszerzony” – Nowa Era*
- 4) *Jerzy Janowicz „Zbiór zadań dla klasy 2 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy i rozszerzony” -Nowa Era*
- 5) *Agnieszka Kamińska, Dorota Ponczek „Plan wynikowy MATeMATyka 3 zakres podstawowy i rozszerzony” – Nowa Era*
- 6) *Jerzy Janowicz „Zbiór zadań dla klasy 3 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy i rozszerzony” -Nowa Era*
- 7) *Wybrane wzory matematyczne – CKE*
- 8) *Własna wiedza i doświadczenie zawodowe*