



## Zajęcia dodatkowe dla Uczniów Szkoły

### VII Liceum Ogólnokształcącego im. Dąbrówki w Poznaniu

Tytuł zajęć

**„Zajęcia wyrównawcze z matematyki – poziom podstawowy”**

Autor/Autorzy opracowania

**Anna Makarewicz, Magdalena Paul**

Niniejszy skrypt/scenariusz powstał na potrzeby realizacji Projektu nr RPWP.08.01.04-30-0005/19 pn.:

*„ENIGMA – Wsparcie nauczania matematyki i informatyki  
w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”*

Poznań 2021



## PROGRAM ZAJĘĆ

L.p.	Temat zajęć	Liczba godzin
	<b>KLASA I</b>	<b>15</b>
1.	Liczby rzeczywiste	
2.	Język matematyki	
3.	Układy równań	
4.	Funkcje	
5.	Funkcja liniowa	
6.	Planimetria	
7.	Wstęp do funkcji kwadratowej	
	<b>KLASA II</b>	<b>15/45</b>
1.	Funkcja kwadratowa	
2.	Wielomiany	



3.	Funkcje wymierne	
4.	Trygonometria	
5.	Planimetria	
	<b>KLASA III</b>	<b>15</b>
1.	Funkcje wykładnicza i logarytmiczna	
2.	Geometria analityczna	
3.	Ciągi	
4.	Statystyka	
Łączna liczba godzin		

## SPIS TREŚCI



L.p.	Temat	Strony
	<b>KLASA I</b>	6 - 24
1.	Liczby rzeczywiste	6 - 10
2.	Język matematyki	11 - 13
3.	Układy równań	14 - 15
4.	Funkcje	15 - 18
5.	Funkcja liniowa	19 - 21
6.	Planimetria	21 – 23
7.	Wstęp do funkcji kwadratowej	23 - 24
	<b>KLASA II</b>	25 – 44
1.	Funkcja kwadratowa	25 - 28
2.	Wielomiany	29 - 33
3.	Funkcje wymierne	34 - 38



4.	Trygonometria	38 - 41
5.	Planimetria	41 - 44
	<b>KLASA III</b>	45 – 55
1.	Funkcje wykładnicza i funkcja logarytmiczna	45 – 48
2.	Geometria analityczna	48 – 51
3.	Ciągi	51 - 54
4.	Statystyka	55
	<b>ŹRÓDŁA</b>	56

### UWAGA

Nauczyciele prowadzący zajęcia będą modyfikować i wybierać ze skryptu te elementy, które będą dostosowane do specyfiki grupy i jej potrzeb.

### **KLASA I**

#### Materiały dydaktyczne:

Jerzy Janowicz, Marcin Wesołowski: Zbiór zadań dla klasy 1 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy, Nowa Era

Oznaczenia:

**Pogrubieniem** oznaczono tematy i wymagania, które wykraczają poza podstawę programową



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>1. LICZBY RZECZYWISTE</b>			
1. Liczby naturalne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja dzielnika liczby naturalnej</li> <li>– definicja liczby pierwszej</li> <li>– cechy podzielności liczb naturalnych</li> <li>– definicja liczby parzystej i nieparzystej</li> <li>– rozkład liczby naturalnej na czynniki pierwsze</li> <li>– znajdowanie NWD i NWW</li> <li>– twierdzenie o rozkładzie liczby naturalnej na czynniki pierwsze</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje przykłady liczb pierwszych, parzystych i nieparzystych</li> <li>– podaje dzielniki danej liczby naturalnej</li> <li>– przedstawia liczbę naturalną w postaci iloczynu liczb pierwszych</li> <li>– oblicza NWD i NWW</li> <li>– przeprowadza proste dowody twierdzeń dotyczących podzielności liczb</li> </ul>	<p>Str. 9 – 11 Zad. 12, 13, 16, 18, 20, 22</p>
2. Liczby całkowite. Liczby wymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja liczby całkowitej</li> <li>– definicja liczby wymiernej</li> <li>– oś liczbowa</li> <li>– kolejność wykonywania działań</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje liczby całkowite i liczby wymierne wśród podanych liczb</li> <li>– podaje przykłady liczb całkowitych i wymiernych</li> <li>– odczytuje z osi liczbowej współrzędną danego punktu i odwrotnie: zaznacza punkt o podanej współrzędnej na osi liczbowej</li> <li>– wykonuje działania na liczbach wymiernych</li> </ul>	<p>Str. 12 - 14 Zad. 8, 10, 12,19,21</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Liczby niewymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja liczby niewymiernej</li> <li>– konstruowanie odcinków o długościach niewymiernych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje liczby niewymierne wśród podanych</li> <li>– konstruuje odcinki o długościach niewymiernych</li> <li>– zaznacza na osi liczbowej punkt odpowiadający liczbie niewymiernej</li> <li>– szacuje wartości liczb niewymiernych</li> <li>– wykazuje, dobierając odpowiednio przykłady, że suma, różnica, iloczyn oraz iloraz liczb niewymiernych nie muszą być liczbami niewymiernymi</li> </ul>	<p>Str. 15 – 17 Zad. 3, 5, 11, 15, 22</p>
4. Rozwinięcie dziesiętne liczby rzeczywistej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– postać dziesiętna liczby rzeczywistej</li> <li>– metoda przedstawiania ułamków zwykłych w postaci dziesiętnej</li> <li>– metoda przedstawiania ułamków dziesiętnych w postaci ułamków zwykłych</li> <li>– reguła zaokrąglania</li> <li>– przybliżenia z nadmiarem i niedomiarem</li> <li>– błąd przybliżenia</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje liczby wymierne oraz niewymierne wśród liczb podanych w postaci dziesiętnej</li> <li>– wyznacza rozwinięcia dziesiętne ułamków zwykłych</li> <li>– wyznacza wskazaną cyfrę po przecinku rozwinięcia dziesiętnego okresowego danej liczby</li> <li>– zamienia skończone rozwinięcia dziesiętne na ułamki zwykłe</li> <li>– przedstawia ułamki dziesiętne okresowe w postaci ułamków zwykłych</li> <li>– zaokrągla liczbę z podaną dokładnością</li> <li>– oblicza błąd przybliżenia danej liczby i ocenia, czy jest to przybliżenie z nadmiarem czy z niedomiarem</li> </ul>	<p>Str. 18 – 20 Zad. 4, 6, 11, 15, 23, 27</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Pierwiastek kwadratowy	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja pierwiastka kwadratowego z liczby nieujemnej</li> <li>– działania na pierwiastkach kwadratowych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza wartość pierwiastka kwadratowego z liczby nieujemnej</li> <li>– wyłącza czynnik przed znak pierwiastka kwadratowego</li> <li>– Włącza czynnik pod znak pierwiastka kwadratowego</li> <li>– wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki kwadratowe, stosując prawa działań na pierwiastkach</li> <li>– usuwa niewymierność z mianownika, gdy w mianowniku występuje wyrażenie <math>a\sqrt{b}</math>, oraz szacuje przybliżoną wartość takich wyrażeń</li> </ul>	<p>Str. 21- 23 Zad. 6, 8, 11, 16, 17, 20, 23</p>
6. Pierwiastek sześcienny	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja pierwiastka trzeciego stopnia z liczby nieujemnej</li> <li>– definicja pierwiastka stopnia parzystego i nieparzystego</li> <li>– działania na pierwiastkach</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza wartość pierwiastka trzeciego stopnia z liczby nieujemnej</li> <li>– oblicza wartość pierwiastka dowolnego stopnia</li> <li>– wyłącza czynnik przed znak pierwiastka</li> <li>– włącza czynnik pod znak pierwiastka</li> <li>– porównuje liczby zapisane za pomocą pierwiastków</li> <li>– wyznacza wartości wyrażeń arytmetycznych zawierających pierwiastki, stosując prawa działań na pierwiastkach</li> <li>– usuwa niewymierność z mianownika ułamka, gdy w mianowniku występuje <math>\sqrt[3]{a}</math></li> </ul>	<p>Str. 24 - 26 Zad. 3, 7, 8, 10, 14, 18, 22, 23</p>





Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
7. Potęga o wykładniku całkowitym	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja potęgi o wykładniku naturalnym</li> <li>– definicja potęgi o wykładniku całkowitym ujemnym</li> <li>– twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach całkowitych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza wartość potęgi liczby o wykładniku naturalnym i całkowitym ujemnym</li> <li>– porządkuje liczby zapisane w postaci potęg, korzystając z własności potęg</li> <li>– stosuje prawa działań na potęgach do obliczania wartości wyrażeń</li> <li>– stosuje prawa działań na potęgach do upraszczania wyrażeń algebraicznych</li> <li>– porównuje liczby zapisane w postaci potęg</li> </ul>	<p>Str. 27 - 29 Zad. 2, 4, 8, 9, 14, 16, 17, 20</p>
8. Potęga o wykładniku wymiernym	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja potęgi o wykładniku <math>\frac{1}{n}</math> liczby nieujemnej</li> <li>– definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej</li> <li>– prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– zapisuje pierwiastek <math>n</math>-tego stopnia w postaci potęgi o wykładniku <math>\frac{1}{n}</math></li> <li>– oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> <li>– zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> <li>– upraszcza wyrażenia, stosując prawa działań na potęgach</li> </ul>	<p>Str. 30 - 32 Zad. 4, 8, 9, 10, 14, 18, 25</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
9. Logarytm i jego własności	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja logarytmu dziesiętnego</li> <li>– definicja logarytmu o podstawie <math>a &gt; 0</math> i <math>a \neq 1</math> z liczby dodatniej</li> <li>– własności logarytmu: <math>\log_a 1 = 0</math>, <math>\log_a a = 1</math>, gdzie <math>a &gt; 0</math> i <math>a \neq 1</math></li> <li>– twierdzenia o logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu oraz logarytmie potęgi</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza logarytm danej liczby</li> <li>– stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczeń</li> <li>– wyznacza podstawę logarytmu, gdy dana jest wartość logarytmu, podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej</li> <li>– stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu oraz potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami</li> <li>– stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do uzasadniania równości wyrażeń</li> <li>– uzasadnia podstawowe własności logarytmów</li> </ul>	<p>Str. 33 - 35 Zad. 3, 6, 8, 12, 16, 18, 19, 20</p>
10. Procenty	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie procentu i promila</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza procent danej liczby</li> <li>– oblicza, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba</li> <li>– wyznacza liczbę, gdy dany jest jej procent</li> <li>– zmniejsza i zwiększa liczbę o dany procent</li> <li>– stosuje obliczenia procentowe w zadaniach praktycznych</li> </ul>	<p>Str. 36 - 38 Zad. 4, 6, 8, 10, 11, 15, 19, 21</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>2. JĘZYK MATEMATYKI</b>			
1. Zbiory	<ul style="list-style-type: none"> <li>– sposoby opisywania zbiorów</li> <li>– zbiory skończone i nieskończone</li> <li>– zbiór pusty</li> <li>– definicja podzbioru</li> <li>– relacja zawierania zbiorów</li> <li>– zapis symboliczny zbiorów liczb: naturalnych, całkowitych, wymiernych, rzeczywistych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– posługuje się pojęciami: zbiór, podzbiór, zbiór pusty, zbiór skończony, zbiór nieskończony</li> <li>– wymienia elementy danego zbioru oraz elementy do niego nienależące</li> <li>– opisuje słownie i symbolicznie dany zbiór</li> <li>– określa relację zawierania zbiorów</li> <li>– wypisuje podzbiory danego zbioru</li> </ul>	<p>Str. 46 - 48</p> <p>Zad. 2, 4, 5, 9, 11, 13, 15</p>
2. Działania na zbiorach	<ul style="list-style-type: none"> <li>– iloczyn zbiorów</li> <li>– suma zbiorów</li> <li>– różnica zbiorów</li> <li>– dopełnienie zbioru</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– posługuje się pojęciami: iloczyn, suma oraz różnica zbiorów</li> <li>– wyznacza iloczyn, sumę oraz różnicę danych zbiorów</li> <li>– przedstawia na diagramie zbiór, który jest wynikiem działań na trzech dowolnych zbiorach</li> <li>– wyznacza dopełnienie zbioru</li> </ul>	<p>Str. 49 - 51</p> <p>Zad. 1, 2, 3, 4, 12, 15, 18, 20</p>
3. Przedziały	<ul style="list-style-type: none"> <li>– określenie przedziałów: otwartego, domkniętego, lewostronnie domkniętego, prawostronnie domkniętego, ograniczonego, nieograniczonego</li> <li>– zapis symboliczny przedziałów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozróżnia pojęcia: przedział otwarty, domknięty, lewostronnie domknięty, prawostronnie domknięty, ograniczony, nieograniczony</li> <li>– zapisuje przedział i zaznacza go na osi liczbowej</li> <li>– odczytuje i zapisuje symbolem przedział zaznaczony na osi liczbowej</li> <li>– wyznacza przedział opisany podanymi nierównościami</li> <li>– wymienia liczby należące do przedziału spełniające zadane warunki</li> </ul>	<p>Str. 52 - 54</p> <p>Zad. 1, 3, 4, 5, 16, 18, 21</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Działania na przedziałach	– iloczyn, suma, różnica przedziałów	Uczeń: – wyznacza iloczyn, sumę i różnicę przedziałów oraz zaznacza je na osi liczbowej – wyznacza iloczyn, sumę i różnicę różnych zbiorów liczbowych oraz zapisuje je symbolicznie	Str. 55 - 57 Zad. 1, 2, 4, 5, 12, 14, 17
5. Rozwiązywanie nierówności	– nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą – nierówności ostre i nieostre – nierówności równoważne	Uczeń: – sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem nierówności – rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym nierówności sprzeczne i tożsamościowe – zapisuje zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału – stosuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	Str. 58 - 60 Zad. 4, 7, 10, 13, 16, 18, 21
6. Wyłączanie jednomianu przed nawias	– wyłączanie jednomianu przed nawias	Uczeń: – wyłącza wskazany jednomian przed nawias – zapisuje wyrażenia algebraiczne w postaci iloczynu – stosuje metodę wyłączania jednomianu przed nawias do dowodzenia podzielności liczb	Str. 61 - 63 Zad. 1, 4, 6, 14, 17
7. Mnożenie sum algebraicznych	– mnożenie sum algebraicznych	Uczeń: – mnoży sumy algebraiczne – przekształca wyrażenia algebraiczne, uwzględniając kolejność wykonywania działań – wykonuje działania na liczbach postaci $a + b\sqrt{c}$ – wykorzystuje wyrażenia algebraiczne do opisu zależności – dowodzi podzielności liczb – rozwiązuje równania i nierówności,	Str. 64 - 66 Zad. 1, 2, 4, 7, 10, 11, 15, 18

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> <li>wzory skróconego mnożenia <math>(a \pm b)^2</math> oraz <math>a^2 - b^2</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje odpowiedni wzór skróconego mnożenia do wyznaczenia kwadratu sumy lub różnicy oraz różnicy kwadratów</li> <li>przekształca wyrażenie algebraiczne z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia</li> <li>stosuje wzory skróconego mnożenia do wykonywania działań na liczbach postaci <math>a + b\sqrt{c}</math></li> <li>wyprowadza wzory skróconego mnożenia</li> <li>stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia własności liczb</li> </ul>	<p>Str. 67 - 69 Zad. 3, 4, 5, 7, 8, 9, 13, 16</p>
9. Zastosowanie przekształceń algebraicznych	<ul style="list-style-type: none"> <li>zastosowanie przekształceń algebraicznych do przekształcania równoważnego równań i nierówności</li> <li>usuwanie niewymierności z mianownika</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje przekształcenia algebraiczne do przekształcania równoważnego równań oraz nierówności</li> <li>usuwa niewymierność z mianownika ułamka</li> <li>stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> </ul>	<p>Str. 70 - 72 Zad. 1, 2, 4, 7, 10, 12, 13, 17, 20</p>
10. Wartość bezwzględna	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicja wartości bezwzględnej</li> <li>interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartość bezwzględną danej liczby</li> <li>upraszcza wyrażenia z wartością bezwzględną</li> <li>rozwiązuje, stosując interpretację geometryczną, elementarne równania i nierówności z wartością bezwzględną</li> </ul>	<p>Str. 73 - 75 Zad. 2, 4, 5, 7, 10, 15, 18</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>3. UKŁADY RÓWNAŃ</b>			
1. Co to jest układ równań	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie układu równań</li> <li>– rozwiązanie układu równań</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje pary liczb spełniające równanie liniowe z dwiema niewiadomymi</li> <li>– sprawdza, czy dana para liczb jest rozwiązaniem układu równań</li> <li>– dopisuje drugie równanie tak, aby dana para liczb spełniała dany układ równań</li> <li>– zapisuje podane informacje w postaci układu równań</li> </ul>	<p>Str. 84 - 86 Zad. 2, 4, 6, 8, 11, 12, 19</p>
2. Rozwiązywanie układów równań metodą podstawiania	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązywania układów równań metodą podstawiania</li> <li>– definicja układu równań oznaczonego, sprzecznego, nieoznaczonego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje układ równań metodą podstawiania</li> <li>– określa typ układu równań (czy dany układ równań jest układem oznaczonym, nieoznaczonym czy sprzecznym)</li> <li>– dopisuje drugie równanie tak, aby układ równań był układem oznaczonym, nieoznaczonym lub sprzecznym</li> </ul>	<p>Str. 87 - 89 Zad. 3, 4, 5, 7, 12, 14, 19</p>
3. Rozwiązywanie układów równań metodą przeciwnych współczynników	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązywania układów równań metodą przeciwnych współczynników</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje układ równań metodą przeciwnych współczynników</li> <li>– zapisuje rozwiązanie układu równań w przypadku, gdy jest to układ nieoznaczony</li> </ul>	<p>Str. 90 - 92 Zad. 4, 6, 7, 10, 12, 21</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Układy równań – zadania tekstowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań tekstowych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– układa i rozwiązuje układ równań do zadania z treścią</li> <li>– rozwiązuje zadania tekstowe dotyczące sytuacji praktycznych, w tym zadania dotyczące prędkości oraz wielkości podanych za pomocą procentów: stężeń roztworów i lokat bankowych</li> </ul>	<p>Str. 93 - 96 Zad. 4, 7, 10, 12, 16, 18, 23 Str. 97 - 100 Zad. 2, 4, 5, 11, 14, 20, 22, 28</p>
<b>4. FUNKCJE</b>			
1. Pojęcie funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja funkcji</li> <li>– sposoby opisywania funkcji</li> <li>– pojęcia: dziedzina, argument, przeciwdziedzina, wartość funkcji</li> <li>– definicja miejsca zerowego funkcji</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje pojęcia: funkcja, argument, dziedzina, wartość funkcji, miejsce zerowe funkcji</li> <li>– rozpoznaje wśród danych przyporządkowań te, które opisują funkcje</li> <li>– podaje miejsca zerowe funkcji</li> <li>– opisuje funkcję różnymi sposobami: za pomocą grafu, tabeli, opisu słownego</li> <li>– odczytuje wartość funkcji dla danego argumentu</li> <li>– odczytuje argumenty, dla których funkcja przyjmuje określoną wartość</li> </ul>	<p>Str. 109 - 113 Zad. 3, 4, 5, 6, 7, 10, 15, 18, 20, 30</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Szkicowanie wykresu funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykres funkcji</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>szkicuje wykresy funkcji o zadanej dziedzinie</li> <li>przedstawia funkcję za pomocą wzoru</li> <li>szkicuje wykres funkcji określonej nieskomplikowanym wzorem, w tym prostą, parabolę, hiperbolę</li> <li>szkicuje wykres funkcji określonej różnymi wzorami w różnych przedziałach</li> <li>sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu funkcji</li> <li>rozpoznaje, czy dana krzywa jest wykresem funkcji</li> <li>oblicza wartość funkcji dla danego argumentu</li> </ul>	<p>Str. 114 - 117 Zad. 1, 3, 4, 6, 12, 17, 20, 24 Str. 118 - 121 Zad. 1, 2, 4, 6, 8, 12, 15, 18, 19</p>
3. Monotoniczność funkcji	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicje: funkcji rosnącej, malejącej i stałej</li> <li>pojęcie funkcji monotonicznej</li> <li>definicje: funkcji nierosnącej i niemalejącej</li> <li>pojęcie funkcji przedziałami monotonicznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>stosuje pojęcie funkcji monotonicznej (rosnącej, malejącej, stałej, nierosnącej, niemalejącej)</li> <li>na podstawie wykresu funkcji określa jej monotoniczność</li> <li>rysuje wykres funkcji o zadanych kryteriach monotoniczności</li> <li>bada na podstawie definicji monotoniczność funkcji określonej wzorem</li> </ul>	<p>Str. 122 - 128 Zad. 2, 5, 6, 11, 13, 15, 17, 18, 21, 26</p>





Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
4. Odczytywanie własności funkcji z wykresu	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zbiór wartości funkcji</li> <li>– największa i najmniejsza wartość funkcji</li> <li>– znak wartości funkcji</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje pojęcia: zbiór wartości funkcji, największa i najmniejsza wartość funkcji</li> <li>– odczytuje z wykresu funkcji jej dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne; argumenty, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie; maksymalne przedziały monotoniczności funkcji, najmniejszą i największą wartość funkcji oraz argumenty, dla których te wartości są przyjmowane</li> <li>– odczytuje z wykresu rozwiązania równań i nierówności</li> </ul>	<p>Str. 127 - 132 Zad. 3, 5, 7, 10, 12, 14, 20 Str. 133 – 138 Zad. 3, 5, 7, 9, 14, 19</p>
5. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi $OY$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresów funkcji <math>y = f(x) + q</math> dla <math>q &gt; 0</math> oraz <math>y = f(x) - q</math> dla <math>q &gt; 0</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rysuje wykresy funkcji: <math>y = f(x) + q</math> dla <math>q &gt; 0</math> oraz <math>y = f(x) - q</math> dla <math>q &gt; 0</math></li> </ul>	<p>Str. 139 - 143 Zad. 4, 5, 8, 9, 16, 22, 26</p>
6. Przesuwanie wykresu wzdłuż osi $OX$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresów funkcji <math>y = f(x - p)</math> dla oraz <math>y = f(x + p)</math> dla</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rysuje wykresy funkcji: <math>y = f(x - p)</math> dla <math>p &gt; 0</math> oraz <math>y = f(x + p)</math> dla <math>p &gt; 0</math></li> </ul>	<p>Str. 144 - 148 Zad. 4, 5, 7, 9, 11, 18, 23</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
7. Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi $OX$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = -f(x)</math></li> <li>– metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = -[f(x - p) + q]</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykresy funkcji <math>y = -f(x)</math> na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math></li> <li>– szkicuje wykresy funkcji <math>y = -[f(x - p) + q]</math> na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math></li> </ul>	<p>Str. 149 - 153 Zad. 4, 5, 6, 7, 11, 24</p>
8. Przekształcanie wykresu przez symetrię względem osi $OY$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = f(-x)</math></li> <li>–</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(-x)</math> na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math></li> </ul>	<p>Str. 154 - 159 Zad. 2, 3, 6, 8, 13, 18, 24</p>
9. Proporcjonalność odwrotna	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie proporcjonalności odwrotnej</li> <li>– współczynnik proporcjonalności odwrotnej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza współczynnik proporcjonalności odwrotnej</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a &gt; 0</math> i <math>x &gt; 0</math></li> <li>– stosuje proporcjonalność odwrotną do rozwiązywania zadań np. dotyczących drogi, prędkości i czasu</li> </ul>	<p>Str. 160 - 162 Zad. 3, 4, 5, 8, 13, 18</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>5. FUNKCJA LINIOWA</b>			
1. Wykres funkcji liniowej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja funkcji liniowej</li> <li>– wykres funkcji liniowej</li> <li>– współczynnik kierunkowy prostej</li> <li>– proste równoległe</li> <li>– interpretacja geometryczna współczynników występujących we wzorze funkcji liniowej</li> <li>– pojęcia: pęk prostych, środek pęku</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje funkcję liniową, jeśli ma dany jej wzór oraz szkicuje jej wykres</li> <li>– interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej i wskazuje wśród danych wzorów funkcji liniowych te, których wykresy są równoległe</li> <li>– sprawdza, czy punkt należy do wykresu funkcji liniowej</li> <li>– wyznacza wzór funkcji liniowej, której wykres spełnia zadane warunki, np. jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez dany punkt</li> <li>– stosuje własności funkcji liniowej do obliczania pól wielokątów</li> </ul>	<p>Str. 173 – 175 Zad. 1, 2, 4, 5, 7, 9, 10, 15 Str. 176 – 178 Zad. 2, 4, 10, 12, 16</p>
2. Własności funkcji liniowej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– miejsce zerowe funkcji liniowej</li> <li>– monotoniczność funkcji liniowej</li> <li>– proporcjonalność prosta</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza miejsce zerowe i określa monotoniczność funkcji liniowej danej wzorem</li> <li>– wyznacza współrzędne punktów, w których wykres funkcji liniowej przecina osie układu współrzędnych, oraz podaje, w których ćwiartkach układu znajduje się wykres</li> <li>– określa monotoniczność funkcji liniowej w zależności od parametru</li> <li>– rozpoznaje wielkości wprost i odwrotnie proporcjonalnie</li> </ul>	<p>Str. 179 - 181 Zad. 1, 2, 4, 6, 11, 16, 19, 25</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Równanie prostej na płaszczyźnie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– równanie kierunkowe prostej</li> <li>– równanie ogólne prostej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje równanie kierunkowe i ogólne prostej</li> <li>– zamienia równanie ogólne prostej, która nie jest równoległa do osi <math>OY</math>, na równanie w postaci kierunkowej (i odwrotnie)</li> <li>– wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty</li> <li>– rysuje prostą opisaną równaniem ogólnym</li> </ul>	<p>Str. 182 - 184 Zad. 3, 5, 6, 8, 10, 16, 20</p>
4. Współczynnik kierunkowy prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa dane punkty</li> <li>– interpretacja geometryczna współczynnika kierunkowego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza współczynnik kierunkowy prostej, jeśli ma dane współrzędne dwóch punktów należących do tej prostej</li> <li>– szkicuje prostą, wykorzystując interpretację współczynnika kierunkowego</li> <li>– odczytuje wartość współczynnika kierunkowego, jeśli ma dany wykres;</li> <li>– wyprowadza wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa dane punkty</li> </ul>	<p>Str. 185 - 187 Zad. 2, 4, 5, 9, 12, 15</p>
5. Warunek prostopadłości prostych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych</li> <li>– wyznaczanie równania prostej prostopadłej do danej prostej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych</li> <li>– wyznacza równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt</li> <li>– udowadnia warunek prostopadłości prostych o danych równaniach kierunkowych</li> <li>– rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań</li> </ul>	<p>Str. 188 - 190 Zad. 2, 5, 8, 9, 11, 13, 17</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
6. Interpretacja geometryczna układu równań liniowych	– interpretacja geometryczna układu oznaczonego, sprzecznego i nieoznaczonego	Uczeń: – interpretuje geometrycznie układ równań – rozwiązuje układ równań metodą algebraiczną i graficzną – wykorzystuje związek między liczbą rozwiązań układu równań a położeniem prostych	Str. 191 - 193 Zad. 2, 4, 5, 6, 15, 17
7. Funkcja liniowa – zastosowania	– tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne	Uczeń: – przeprowadza analizę zadania z treścią, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność liniową lub wzór funkcji liniowej – rozwiązuje ułożone przez siebie równanie, nierówność lub analizuje własności funkcji liniowej – przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź	Str. 194 - 197 Zad. 3, 5, 6, 8, 12, 15
<b>6. PLANIMETRIA</b>			
1. Miary kątów w trójkącie	– klasyfikacja trójkątów – twierdzenie o sumie miar kątów w trójkącie – dwusieczna kąta, kąt przyległy, kąt zewnętrzny trójkąta – punkty specjalne w trójkącie	Uczeń: – klasyfikuje trójkąty ze względu na miary ich kątów – stosuje twierdzenie o sumie miar kątów wewnętrznych trójkąta do rozwiązywania zadań – oblicza sumę miar kątów wewnętrznych $n$ -kąta – Wyznacza liczbę boków wielokąta, znając sumę miar kątów wewnętrznych – przeprowadza dowód twierdzenia o sumie miar kątów w trójkącie oraz o mierze kąta zewnętrznego trójkąta	Str. 206 - 208 Zad. 1, 3, 5, 8, 9, 14, 19, 25



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Trójkąty przystające	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja trójkątów przystających</li> <li>– cechy przystawiania trójkątów</li> <li>– nierówność trójkąta</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje definicję trójkątów przystających oraz cechy przystawiania trójkątów</li> <li>– wskazuje trójkąty przystające</li> <li>– stosuje nierówność trójkąta do rozwiązywania zadań</li> <li>– stosuje cechy przystawiania trójkątów w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>	<p>Str. 209 - 212 Zad. 1, 2, 3, 4, 6, 9, 11, 15, 23, 24</p>
3. Twierdzenie Talesa	<ul style="list-style-type: none"> <li>– twierdzenie Talesa</li> <li>– twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa</li> <li>– wykorzystuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do rozwiązywania zadań</li> <li>– wykorzystuje twierdzenie Talesa do podziału odcinka w danym stosunku</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia Talesa</li> <li>– przeprowadza dowody twierdzeń z zastosowaniem twierdzenia Talesa</li> </ul>	<p>Str. 213 - 215 Zad. 2, 3, 5, 7, 9, 12, 14</p>
4. Wielokąty podobne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja wielokątów podobnych</li> <li>– skala podobieństwa</li> <li>– zależność między obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozumie pojęcie figur podobnych</li> <li>– oblicza długości boków w wielokątach podobnych</li> <li>– wykorzystuje zależności między obwodami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań</li> <li>– udowadnia elementarne własności wielokątów podobnych</li> </ul>	<p>Str. 216 - 218 Zad. 1, 3, 4, 7, 8, 13, 19, 23</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Trójkąty podobne	– cechy podobieństwa trójkątów	Uczeń: – podaje cechy podobieństwa trójkątów – sprawdza, czy dane trójkąty są podobne – oblicza długości boków trójkąta podobnego do danego w danej skali – układa odpowiednią proporcję, aby wyznaczyć szukane długości boków trójkątów podobnych – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do rozwiązywania zadań, udowadnia podobieństwo trójkątów, stosując cechy podobieństwa	Str. 219 - 222 Zad. 1, 3, 5, 7, 11, 13, 18, 23, 25
6. Pola wielokątów podobnych	– zależność między polami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa	Uczeń: – wykorzystuje zależności między polami wielokątów podobnych a skalą podobieństwa do rozwiązywania zadań	Str. 223 - 225 Zad. 2, 3, 6, 8, 12, 17
7. Twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	– twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	Uczeń: – wykorzystuje twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie do rozwiązywania zadań – przeprowadza dowód twierdzenia o dwusiecznej kąta w trójkącie oraz inne dowody, stosując twierdzenie o dwusiecznej –	Str. 226 - 228 Zad. 4, 7, 10, 14, 16, 18, 21
<b>7. WSTĘP DO FUNKCJI KWADRATOWEJ</b>			
1. Wykres funkcji $f(x) = ax^2$	– wykres i własności funkcji $f(x) = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji $f(x) = ax^2$ – podaje własności funkcji $f(x) = ax^2$ – stosuje własności funkcji $f(x) = ax^2$ do rozwiązywania zadań	Str. 236 - 238 Zad. 2, 4, 7, 10, 11, 14, 19, 23



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = ax^2$ wzdłuż osi OX i OY	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresów funkcji: <math>f(x) = ax^2 + q</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math></li> <li>– własności funkcji: <math>f(x) = ax^2 + q</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math></li> <li>– współrzędne wierzchołka paraboli</li> <li>– równanie osi symetrii paraboli</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykresy funkcji: <math>f(x) = ax^2 + q</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math> i podaje ich własności</li> <li>– stosuje własności funkcji: <math>f(x) = ax^2 + q</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2</math>, <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math> do rozwiązywania zadań</li> </ul>	<p>Str. 239 - 241 Zad. 2, 3, 5, 8, 13, 18, 21, 24</p>
3. Postać kanoniczna i postać ogólna funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– postać ogólna funkcji kwadratowej</li> <li>– postać kanoniczna funkcji kwadratowej</li> <li>– trójmian kwadratowy</li> <li>– wyróżnik trójmianu kwadratowego</li> <li>– współrzędne wierzchołka paraboli – wzory</li> <li>– rysowanie wykresu funkcji kwadratowej postaci</li> <li>– <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej</li> <li>– oblicza wyróżnik trójmianu kwadratowego</li> <li>– oblicza współrzędne wierzchołka paraboli, podaje równanie jej osi symetrii</li> <li>– przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem uzupełniania do kwadratu lub wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli) i szkicuje jej wykres</li> <li>– przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej</li> <li>– wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, jeśli ma dane współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu</li> <li>– wyprowadza wzory na współrzędne wierzchołka paraboli</li> </ul>	<p>Str. 242 - 244 Zad. 3, 5, 9, 12, 14, 21</p>
<b>Razem: 15</b>			



## KLASA II

### Materiały dydaktyczne:

Jerzy Janowicz: Zbiór zadań dla klasy 2 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy, Nowa Era

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>1. FUNKCJA KWADRATOWA</b>			
1. Wykres funkcji kwadratowej – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wykres funkcji <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math>, gdzie <math>a \neq 0</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = ax^2</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> <li>– szkicuje wykres funkcji kwadratowej <math>f(x) = a(x - p)^2 + q</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i odczytuje z wykresu jej własności</li> </ul>	<p>Str. 9 - 10 Zad. 2, 3, 5, 7, 10</p>
2. Postać kanoniczna funkcji kwadratowej – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– postać ogólna i postać kanoniczna funkcji kwadratowej</li> <li>– trójmian kwadratowy</li> <li>– współrzędne wierzchołka paraboli</li> <li>– wyróżnik trójmianu kwadratowego</li> <li>– oś symetrii paraboli</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej</li> <li>– przekształca postać ogólną funkcji kwadratowej do postaci kanonicznej (z zastosowaniem wzoru na współrzędne wierzchołka paraboli); szkicuje wykres danej funkcji</li> <li>– przekształca postać kanoniczną funkcji kwadratowej do postaci ogólnej</li> <li>– wyznacza wzór ogólny funkcji kwadratowej, gdy dane są współrzędne wierzchołka i innego punktu jej wykresu</li> <li>– wyznacza równanie osi symetrii paraboli</li> </ul>	<p>Str. 11 - 12 Zad. 1, 4, 6, 7, 12, 15</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Równania kwadratowe (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pierwiastki równania kwadratowego</li> <li>– metoda rozwiązywania równań kwadratowych przez rozkład na czynniki</li> <li>– interpretacja geometryczna rozwiązań równania kwadratowego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje wzory skróconego mnożenia oraz metodę wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do przedstawienia wyrażenia w postaci iloczynu</li> <li>– rozwiązuje równanie kwadratowe za pomocą rozkładu na czynniki</li> <li>– interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego</li> <li>– wyznacza algebraicznie współrzędne punktów przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych</li> </ul>	<p>Str. 13 - 14 Zad. 3, 5, 8, 12</p>
4. Równania kwadratowe (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zależność między znakiem wyróżnika a liczbą rozwiązań równania kwadratowego</li> <li>– wzory na pierwiastki równania kwadratowego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa liczbę pierwiastków równania kwadratowego w zależności od znaku wyróżnika</li> <li>– rozwiązuje równanie kwadratowe, stosując wzory na pierwiastki</li> <li>– interpretuje geometrycznie rozwiązania równania kwadratowego w zależności od współczynnika <math>a</math> i wyróżnika <math>\Delta</math></li> <li>– wykorzystuje poznane wzory do szkicowania wykresu funkcji kwadratowej</li> </ul>	<p>Str. 15 - 17 Zad. 2, 4, 5, 10, 12, 16</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicja postaci iloczynowej funkcji kwadratowej</li> <li>– twierdzenie o istnieniu postaci iloczynowej funkcji kwadratowej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– definiuje postać iloczynową funkcji kwadratowej i warunek jej istnienia</li> <li>– sprawdza, czy funkcję kwadratową można zapisać w postaci iloczynowej</li> <li>– zapisuje funkcję kwadratową w postaci iloczynowej</li> <li>– odczytuje miejsca zerowe funkcji kwadratowej i jej postaci iloczynowej</li> <li>– przekształca postać iloczynową funkcji kwadratowej do postaci ogólnej</li> </ul>	<p>Str. 18 - 20 Zad. 5, 7, 10, 12, 17, 21</p>
6. Postać iloczynowa funkcji kwadratowej (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– oś symetrii paraboli i jej związek z miejscami zerowymi funkcji kwadratowej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wykorzystuje postać iloczynową funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności</li> <li>– zapisuje w każdej z trzech możliwych postaci wzór funkcji kwadratowej przedstawionej za pomocą wykresu</li> </ul>	<p>Str. 21 - 22 Zad. 2, 3, 5, 6, 8, 11</p>
7. Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda rozwiązywania nierówności kwadratowych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyjaśnia związek między rozwiązaniem nierówności kwadratowej a znakiem wartości odpowiedniego trójmianu kwadratowego</li> <li>– rozwiązuje nierówność kwadratową</li> <li>– wykorzystuje nierówności kwadratowe do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności, w szczególności wyznacza dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje pierwiastek kwadratowy</li> <li>– zaznacza na osi liczbowej iloczyn, sumę i różnicę zbiorów rozwiązań dwóch nierówności kwadratowych</li> </ul>	<p>Str. 23 - 25 Zad. 3, 4, 7, 9, 12, 14, 17</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Równania sprowadzalne do równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– równanie dwukwadratowe</li> <li>– rozwiązywanie równań metodą podstawiania</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje równania, które można sprowadzić do równań kwadratowych</li> <li>– wprowadza niewiadomą pomocniczą, podaje odpowiednie założenia i rozwiązuje równanie kwadratowe z niewiadomą pomocniczą</li> </ul>	<p>Str. 26 – 27 Zad. 4, 5, 9, 11, 18</p>
9. Układy równań	<ul style="list-style-type: none"> <li>– sposoby rozwiązywania układów równań drugiego stopnia</li> <li>– sieczna paraboli, styczna do paraboli</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje algebraicznie układ równań, z których jedno jest równaniem paraboli, a drugie – równaniem prostej</li> <li>– podaje interpretację geometryczną rozwiązania układu równań, znajdując punkty wspólne prostej i paraboli</li> </ul>	<p>Str. 28 – 29 Zad. 2, 7, 8, 11, 14</p>
10. Funkcja kwadratowa – zastosowania (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosowanie funkcji kwadratowej</li> <li>– najmniejsza i największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje pojęcia najmniejszej i największej wartości funkcji</li> <li>– wyznacza wartości najmniejszą i największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym</li> <li>– stosuje własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania zadań optymalizacyjnych</li> </ul>	<p>Str. 30 - 31 Zad. 2, 5, 8, 11, 14, 18</p>
11. Funkcja kwadratowa – zastosowania (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– tworzenie modelu matematycznego opisującego przedstawione zagadnienie praktyczne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– przeprowadza analizę zadania tekstowego, a następnie zapisuje odpowiednie równanie, nierówność lub funkcję kwadratową opisujące daną zależność</li> <li>– znajduje rozwiązanie, które spełnia ułożone przez niego warunki</li> <li>– przeprowadza analizę wyniku i podaje odpowiedź</li> <li>– rozwiązuje zadania tekstowe o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej</li> </ul>	<p>Str. 32 - 33 Zad. 2, 4, 8, 10, 14, 15, 15, 18</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>2. WIELOMIANY</b>			
1. Stopień i współczynniki wielomianu	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicje jednomianu, dwumianu, trójmianu, wielomianu</li> <li>– stopień jednomianu i wielomianu</li> <li>– współczynniki wielomianu, wyraz wolny wielomianu</li> <li>– pojęcie wielomianu zerowego</li> <li>– porządkowanie wielomianu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozróżnia wielomian, podaje przykład wielomianu, określa jego stopień i podaje wartości jego współczynników</li> <li>– zapisuje wielomian określonego stopnia o danych współczynnikach</li> <li>– zapisuje wielomian w sposób uporządkowany</li> <li>– oblicza wartość wielomianu dla danego argumentu</li> <li>– oblicza brakujące współrzędne punktu należącego do wykresu danego wielomianu</li> <li>– sprawdza, czy dany punkt należy do wykresu danego wielomianu</li> <li>– wyznacza współczynniki wielomianu spełniającego dane warunki</li> </ul>	<p>Str. 42 - 44 Zad. 2, 5, 6, 8, 12</p>
2. Dodawanie i odejmowanie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>– dodawanie wielomianów</li> <li>– odejmowanie wielomianów</li> <li>– stopień sumy i różnicy wielomianów</li> <li>– wielomian dwóch (trzech) zmiennych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza sumę wielomianów</li> <li>– wyznacza różnicę wielomianów</li> <li>– określa stopień sumy i różnicy wielomianów</li> <li>– szkicuje wykres wielomianu będącego sumą jednomianów stopnia pierwszego i drugiego</li> <li>– odczytuje informacje z danego wykresu wielomianu</li> <li>– stosuje wielomian do opisanego np. pola powierzchni prostopadłościanu i określa dziedzinę tego wielomianu</li> <li>– oblicza wartość wielomianu dwóch (trzech) zmiennych dla danych argumentów</li> </ul>	<p>Str. 45 - 47 Zad. 2, 5, 8, 13, 17</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Mnożenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>– mnożenie wielomianów</li> <li>– stopień iloczynu wielomianów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa stopień iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia</li> <li>– wyznacza iloczyn danych wielomianów</li> <li>– podaje współczynnik przy najwyższej potędze oraz wyraz wolny iloczynu wielomianów bez wykonywania mnożenia wielomianów</li> <li>– wyznacza iloczyn wielomianów wielu zmiennych</li> </ul>	<p>Str. 48 - 50 Zad. 4, 6, 8, 10, 19, 20</p>
4. Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzory skróconego mnożenia: <math>(a \pm b)^3</math> oraz <math>a^3 \pm b^3</math></li> <li>– wzory: <math>a^n - 1</math> oraz <math>a^n - b^n</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje wzory na sześcian sumy lub różnicy oraz wzory na sumę lub różnicę sześcianów</li> <li>– przekształca wyrażenie algebraiczne, stosując wzory skróconego mnożenia</li> <li>– stosuje wzory skróconego mnożenia do obliczania objętości sześcianu</li> <li>– wyprowadza wzory skróconego mnożenia</li> <li>– stosuje wzory skróconego mnożenia do dowodzenia twierdzeń</li> <li>– wykorzystuje wzory skróconego mnożenia do rozwiązywania zadań o różnym stopniu trudności</li> </ul>	<p>Str. 51 - 53 Zad. 2, 3, 5, 7, 8, 15, 19, 20</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Rozkład wielomianu na czynniki (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozkład wielomianu na czynniki: wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki</li> <li>– zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: kwadratu sumy i różnicy oraz wzoru na różnicę kwadratów</li> <li>– twierdzenie o rozkładzie wielomianu na czynniki</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyłącza wspólny czynnik przed nawias</li> <li>– stosuje wzory na kwadrat sumy i różnicy oraz wzór na różnicę kwadratów do rozkładu wielomianu na czynniki</li> <li>– wykorzystuje rozkład trójmianu kwadratowego na czynniki do rozkładu wielomianu na czynniki</li> <li>– zapisuje wielomian w postaci iloczynu czynników możliwie najniższego stopnia</li> <li>– rozkłada wielomian na czynniki w zadaniach różnych typów</li> </ul>	<p>Str. 54 - 55 Zad. 1, 4, 5, 6, 8, 10, 16, 19</p>
6. Rozkład wielomianu na czynniki (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zastosowanie wzorów skróconego mnożenia: sumy i różnicy sześcianów</li> <li>– metoda grupowania wyrazów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– stosuje metodę grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias do rozkładu wielomianów na czynniki</li> <li>– stosuje wzory na sumę i różnicę sześcianów do rozkładu wielomianu na czynniki</li> </ul>	<p>Str. 56 - 58 Zad. 1, 2, 7, 8, 12, 14</p>
7. Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie pierwiastka wielomianu</li> <li>– równanie wielomianowe</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje równania wielomianowe metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias</li> <li>– wyznacza punkty przecięcia wykresu wielomianu i prostej oraz dwóch wielomianów</li> <li>– podaje przykład wielomianu, gdy dane są jego stopień i pierwiastki</li> </ul>	<p>Str. 59 - 61 Zad. 1, 4, 7, 10, 13, 19</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Dzielenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>– algorytm dzielenia wielomianów</li> <li>– podzielność wielomianów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– dzieli wielomian przez dwumian <math>x - a</math></li> <li>– stosuje schemat Hornera</li> <li>– zapisuje wielomian w postaci <math>w(x) = p(x)q(x) + r</math></li> <li>– sprawdza poprawność wykonanego dzielenia</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia o dzieleniu z resztą wielomianu przez dwumian postaci <math>x - a</math> (algorytm Hornera) w szczególnym przypadku</li> </ul>	<p>Str. 62 - 63 Zad. 1, 2, 4, 6, 9, 12</p>
9. Twierdzenie Bézouta	<ul style="list-style-type: none"> <li>– twierdzenie o reszcie</li> <li>– twierdzenie Bézouta</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– sprawdza podzielność wielomianu przez dwumian <math>x - a</math> bez wykonywania dzielenia</li> <li>– wyznacza resztę z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math></li> <li>– sprawdza, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu, i wyznacza pozostałe pierwiastki</li> <li>– wyznacza wartość parametru tak, aby wielomian był podzielny przez dany dwumian</li> <li>– sprawdza podzielność wielomianu przez wielomian <math>(x - p)(x - q)</math> bez wykonywania dzielenia</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia Bézouta</li> </ul>	<p>Str. 64 - 66 Zad. 1, 3, 4, 9, 12, 16</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
10. Pierwiastki całkowite wielomianu	– twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– wskazuje liczby, które mogą być pierwiastkami całkowitymi wielomianu o współczynnikach całkowitych</li> <li>– rozwiązuje równanie wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> <li>– stosuje twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu do rozkładu wielomianu na czynniki</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu</li> </ul>	Str. 67 - 68 Zad. 3, 4, 6, 8, 10, 15
11. Wielomiany – zastosowania	– zastosowanie wielomianów do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: <ul style="list-style-type: none"> <li>– opisuje wielomianem zależności dane w zadaniu i wyznacza dziedzinę tego wielomianu</li> <li>– rozwiązuje zadania tekstowe, wykorzystując działania na wielomianach i równania wielomianowe</li> </ul>	Str. 69 - 70 Zad. 2, 4, 6, 8, 9, 11



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>3. FUNKCJE WYMIERNE</b>			
1. Wykres funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– hiperbola – wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math></li> <li>– asymptoty poziome i pionowe wykresu funkcji</li> <li>– własności funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math>, i podaje jej własności (dziedzinę, zbiór wartości, przedziały monotoniczności) oraz podaje równania asymptot jej wykresu</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x}</math>, gdzie <math>a \neq 0</math> w podanym zbiorze</li> <li>– odczytuje z wykresu współrzędne punktów przecięcia prostej i hiperboli</li> <li>– wyznacza współczynnik <math>a</math> tak, aby funkcja <math>f(x) = \frac{a}{x}</math> spełniała podane warunki</li> </ul>	<p>Str. 79 - 80 Zad. 1, 2, 6, 8, 10, 11</p>
2. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi $OY$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = \frac{a}{x} + q</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x} + q</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li> <li>– wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki</li> </ul>	<p>Str. 81 - 83 Zad. 2, 4, 5, 6, 8, 14, 19</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
3. Przesunięcie wykresu funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$ wzdłuż osi $OX$	<ul style="list-style-type: none"> <li>– metoda otrzymywania wykresu funkcji <math>y = \frac{a}{x-p}</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– dobiera wzór funkcji do jej wykresu</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>y = \frac{a}{x-p}</math>, podaje jej własności oraz wyznacza równania asymptot jej wykresu</li> <li>– wyznacza wzór funkcji spełniającej podane warunki</li> <li>– szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math> i wyznacza równania jej asymptot</li> <li>– wyznacza równanie hiperboli na podstawie informacji podanych na rysunku</li> <li>– przekształca wzór funkcji danej w postaci <math>f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{-\frac{d}{c}\}</math> i <math>c \neq 0</math>, do postaci <math>f(x) = \frac{r}{x-p} + q</math>, gdzie <math>x \in \mathbf{R} \setminus \{p\}</math> i <math>r \neq 0</math>, oraz szkicuje jej wykres</li> </ul>	<p>Str. 84 - 86 Zad. 2, 4, 6, 8, 10, 13, 14, 22</p>
4. Wyrażenia wymierne i funkcje wymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wyrażenie wymierne</li> <li>– dziedzina wyrażenia wymiernego</li> <li>– funkcja wymierna</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza dziedzinę wyrażenia wymiernego</li> <li>– oblicza wartość wyrażenia wymiernego dla danej wartości zmiennej</li> <li>– upraszcza wyrażenia wymierne</li> <li>– wyznacza dziedzinę funkcji wymiernej</li> <li>– określa dziedzinę funkcji, w której wzorze występuje ułamek lub pierwiastek kwadratowy</li> </ul>	<p>Str. 87 - 88 Zad. 1, 3, 4, 6, 7, 9, 13</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– mnożenie i dzielenie wyrażeń wymiernych</li> <li>– dziedziny iloczynu i ilorazu wyrażeń wymiernych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza dziedziny iloczynu oraz ilorazu wyrażeń wymiernych</li> <li>– mnoży wyrażenia wymierne, podając ich iloczyn w najprostszej postaci</li> <li>– dzieli wyrażenia wymierne, podając ich iloraz w najprostszej postaci</li> </ul>	<p>Str. 89 - 90 Zad. 3, 4, 5, 6, 8, 11, 12</p>
6. Dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– dodawanie i odejmowanie wyrażeń wymiernych</li> <li>– dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych</li> <li>– przekształcenia wzorów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza dziedziny sumy i różnicy wyrażeń wymiernych</li> <li>– dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, podając ich sumę i różnicę w najprostszej postaci</li> <li>– przekształca wzory, stosując działania na wyrażeniach wymiernych, wyznacza z danego wzoru wskazaną zmienną</li> </ul>	<p>Str. 91 - 93 Zad. 3, 6, 10, 12, 18</p>
7. Równania wymierne (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– równania wymierne typu <math>\frac{u(x)}{w(x)} = 0</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje równania wymierne typu <math>\frac{u(x)}{w(x)} = 0</math>, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li> <li>– rozwiązuje równania wymierne, stosując wzory skróconego mnożenia, i podaje odpowiednie założenia</li> </ul>	<p>Str. 94 - 96 Zad. 2, 5, 7, 10, 13, 15</p>
8. Równania wymierne (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– równania wymierne, wymagające przekształcania wyrażeń wymiernych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje równania wymierne, przekształcając wyrażenia wymierne, podaje i uwzględnia odpowiednie założenia</li> <li>– podaje interpretację geometryczną rozwiązania równania wymiernego</li> </ul>	<p>Str. 97 - 99 Zad. 2, 5, 8, 11, 13, 21</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
9. Równania z wartością bezwzględną	– równania z wartością bezwzględną	Uczeń: – rozwiązuje równania postaci $ x - a  = b$ , wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania równań typu $ ax + b  = c$ – rozwiązuje proste równania wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej	Str. 100 - 101 Zad. 4, 7, 9, 11, 14
10. Nierówności z wartością bezwzględną	– nierówności z wartością bezwzględną	Uczeń: – rozwiązuje nierówności postaci: $ x - a  < b$ , $ x - a  \leq b$ , $ x - a  > b$ , $ x - a  \geq b$ , wykorzystując odległość między liczbami na osi liczbowej – stosuje własności wartości bezwzględnej do rozwiązywania nierówności typu: $ ax + b  < c$ , $ ax + b  \leq c$ , $ ax + b  > c$ , $ ax + b  \geq c$ – rozwiązuje proste nierówności wymierne ze znakiem wartości bezwzględnej	Str. 102 - 104 Zad. 2, 4, 6, 7, 12, 14, 16
11. Wyrażenia wymierne – zastosowania (1)	zastosowanie wyrażeń wymiernych do rozwiązywania zadań tekstowych	Uczeń: – wykorzystuje wyrażenia wymierne do rozwiązywania zadań tekstowych (także osadzonych w kontekście praktycznym)	Str. 105 - 106 Zad. 2, 4, 6, 10, 12, 15, 17



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
12. Wyrażenia wymierne – zastosowania (2)	– zastosowanie zależności $t = \frac{s}{v}$ $(s = vt, v = \frac{s}{t})$	Uczeń: – wykorzystuje wielkości odwrotnie proporcjonalne do rozwiązywania zadań tekstowych dotyczących związku między drogą, prędkością i czasem	Str. 107 - 109 Zad. 2, 5, 7, 10, 17
<b>4. TRYGNOMETRIA</b>			
1. Trójkąty prostokątne	– twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa – wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego	Uczeń: – podaje twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa oraz wzory na długość przekątnej kwadratu i wysokość trójkąta równobocznego – stosuje twierdzenie Pitagorasa do wyznaczania długości odcinków w trójkątach prostokątnych – korzystając z twierdzenia Pitagorasa, wyprowadza zależności ogólne, np. dotyczące długości przekątnej kwadratu i wysokości trójkąta równobocznego – przeprowadza dowód twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa	Str. 119 - 120 Zad. 7, 10, 11, 12, 15



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> <li>– definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego</li> <li>– wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym</li> <li>– podaje wartości funkcji trygonometrycznych kątów: 30°, 45°, 60°</li> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków</li> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kątów ostrych w bardziej złożonych sytuacjach</li> <li>– dowodzi zależności między wartościami funkcji trygonometrycznych kątów ostrych</li> </ul>	<p>Str. 121 - 123 Zad. 3, 4, 5, 10, 14, 16</p>
3. Trygonometria – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> <li>– odczytywanie wartości funkcji trygonometrycznych kątów w tablicach</li> <li>– odczytywanie miary kąta, dla którego dana jest wartość funkcji trygonometrycznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– odczytuje wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta w tablicach lub wartości kąta na podstawie wartości funkcji trygonometrycznych</li> <li>– wykorzystuje funkcje trygonometryczne do rozwiązywania zadań praktycznych</li> </ul>	<p>Str. 124 - 126 Zad. 1, 3, 5, 8, 10, 12, 15</p>
4. Rozwiązywanie trójkątów prostokątnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązywanie trójkątów prostokątnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje trójkąty prostokątne</li> <li>– wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w trójkątach i czworokątach</li> </ul>	<p>Str. 127 - 129 Zad. 4, 8, 11, 16, 20</p>

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Związki między funkcjami trygonometrycznymi	<ul style="list-style-type: none"> <li>– podstawowe tożsamości trygonometryczne</li> <li>– zależności między funkcjami trygonometrycznymi kątów ostrych w trójkącie prostokątnym:  <math>\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math>,  <math>\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>,  <math>\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha}</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje związki między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta oraz między funkcjami trygonometrycznymi kątów <math>\alpha</math> i <math>90^\circ - \alpha</math></li> <li>– wyznacza wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych, gdy dana jest jedna z nich</li> <li>– sprawdza, czy istnieje kąt ostry spełniający podane zależności</li> <li>– stosuje poznane związki do upraszczania wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne</li> <li>– uzasadnia związki między funkcjami trygonometrycznymi</li> <li>– przeprowadza dowody podstawowych tożsamości trygonometrycznych</li> </ul>	<p>Str. 130 - 132 Zad. 2, 4, 5, 7, 8, 11, 18</p>
6. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– ramię początkowe, ramię końcowe kąta</li> <li>– kąt wypukły, kąt rozwarty</li> <li>– funkcje trygonometryczne kąta wypukłego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa znak funkcji trygonometrycznej kąta rozwartego</li> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na jego końcowym ramieniu; przedstawia ten kąt na rysunku</li> <li>– stosuje zależności między funkcjami trygonometrycznymi kąta wypukłego</li> <li>– znając wartość tangensa kąta wypukłego, rysuje ten kąt w układzie współrzędnych</li> </ul>	<p>Str. 133 - 135 Zad. 1, 3, 7, 10, 13, 17</p>
7. Funkcje trygonometryczne kąta wypukłego (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– zależności:  <math>\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math>,  <math>\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha</math>  <math>\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza wartości funkcji trygonometrycznych szczególnych kątów, np.: <math>90^\circ</math>, <math>120^\circ</math>, <math>135^\circ</math></li> <li>– korzysta z tablic i przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych do wyznaczenia miary kąta rozwartego</li> </ul>	<p>Str. 136 - 138 Zad. 2, 4, 5, 8, 13, 18</p>





Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Pole trójkąta	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzory na pole trójkąta (<math>P = \frac{1}{2}ah</math>, <math>P = \frac{1}{2}absiny</math>, wzór Herona)</li> <li>– wzór na pole trójkąta równobocznego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje różne wzory na pole trójkąta</li> <li>– oblicza pole trójkąta, dobierając odpowiedni wzór</li> <li>– wykorzystuje umiejętność wyznaczania pól trójkątów do obliczania pól innych wielokątów</li> <li>– dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{1}{2}absiny</math></li> </ul>	<p>Str. 139 - 141 Zad. 2, 5, 6, 8, 15, 21</p>
9. Pole czworokąta	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozróżnia czworokąty oraz zna ich własności</li> <li>– podaje wzory na pola: równoległoboku, rombu, trapezu</li> <li>– oblicza pola czworokątów</li> <li>– wykorzystuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania związków miarowych w czworokątach</li> <li>– uzasadnia związki miarowe w czworokątach</li> </ul>	<p>Str. 142 - 144 Zad. 3, 5, 7, 9, 11, 14</p>
<b>5. PLANIMETRIA</b>			
1. Okrąg	<ul style="list-style-type: none"> <li>– długość okręgu</li> <li>– kąt środkowy</li> <li>– długość łuku okręgu</li> <li>– wzajemne położenie okręgów</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje kąty środkowe w okręgu</li> <li>– oblicza długość okręgu i długość łuku okręgu, stosuje poznane wzory do obliczania obwodów figur</li> <li>– określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów</li> <li>– określa wzajemne położenie okręgów, mając dane promienie tych okręgów oraz odległość między ich środkami</li> <li>– wykorzystuje styczność okręgów do rozwiązywania zadań</li> </ul>	<p>Str. 154 - 156 Zad. 4, 5, 8, 9, 11, 12, 15, 16, 17, 20</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
2. Koło	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pole koła</li> <li>– pole wycinka koła</li> <li>– pierścień kołowy</li> <li>– odcinek koła</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– podaje wzory na pole koła i pole wycinka koła</li> <li>– stosuje poznane wzory do obliczania pól figur</li> <li>– oblicza pole figury, wykorzystując styczność okręgów</li> </ul>	<p>Str. 157 – 159 Zad. 4, 6, 8, 11, 12, 15, 21</p>
3. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>– styczna do okręgu</li> <li>– sieczna okręgu</li> <li>– twierdzenie o odcinkach stycznych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z promieniem okręgu</li> <li>– stosuje własności stycznej do okręgu do rozwiązywania zadań</li> <li>– określa liczbę punktów wspólnych prostej i okręgu</li> </ul>	<p>Str. 160 – 162 Zad. 1, 4, 6, 9, 10, 18</p>
4. Kąty w okręgu	<ul style="list-style-type: none"> <li>– pojęcie kąta wpisanego</li> <li>– twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia</li> <li>– twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu</li> <li>– twierdzenie o cięciwach</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje kąty wpisane w okrąg oraz wskazuje łuki, na których są one oparte</li> <li>– stosuje twierdzenie o kątach środkowym i wpisanym, opartych na tym samym łuku oraz wnioski z tego twierdzenia</li> <li>– stosuje twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą okręgu do rozwiązywania zadań</li> <li>– stosuje twierdzenie o cięciwach do wyznaczania długości odcinków w okręgach</li> <li>– formułuje twierdzenia dotyczące kątów w okręgu i dowodzi ich prawdziwości</li> <li>– przeprowadza dowód twierdzenia o cięciwach</li> </ul>	<p>Str. 163 - 165 Zad. 2,3, 5, 10, 11, 12</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
5. Okrąg opisany na trójkącie	<ul style="list-style-type: none"> <li>– okrąg opisany na trójkącie</li> <li>– promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym</li> <li>– wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{abc}{4R}</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie równobocznym oraz prostokątnym</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu opisanego na trójkącie</li> <li>– stosuje wzór <math>P = \frac{abc}{4R}</math></li> <li>– dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{abc}{4R}</math></li> </ul>	<p>Str. 166 - 167 Zad. 3, 5, 7, 12, 16, 18</p>
6. Okrąg wpisany w trójkąt	<ul style="list-style-type: none"> <li>– okrąg wpisany w trójkąt</li> <li>– wzór na pole trójkąta <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny oraz prostokątny</li> <li>– rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt</li> <li>– stosuje wzór <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> <li>– dowodzi prawdziwości wzoru <math>P = \frac{a+b+c}{2} \cdot r</math></li> </ul>	<p>Str. 168 - 170 Zad. 4, 5, 8, 11, 14, 18, 23</p>
7. Wielokąty foremne	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wielokąt foremny</li> <li>– miara kąta wewnętrznego wielokąta foremnego</li> <li>– promień okręgu opisanego na sześciokącie foremnym</li> <li>– promień okręgu wpisanego w sześciokąt foremny</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– rozpoznaje wielokąty foremne i podaje ich własności</li> <li>– wyznacza miarę kąta wewnętrznego wielokąta foremnego</li> <li>– wyznacza liczbę boków wielokąta foremnego, gdy dana jest suma miar jego kątów wewnętrznych</li> <li>– uzasadnia i stosuje zależność między długością boku a promieniem okręgu opisanego na wielokącie foremnym lub wpisanego w wielokąt foremny</li> </ul>	<p>Str. 171 - 173 Zad. 2, 3, 6, 9, 11, 13, 18</p>



Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
8. Twierdzenie sinusów	– twierdzenie sinusów	Uczeń: – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania trójkątów – stosuje twierdzenie sinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym – przeprowadza dowód twierdzenia sinusów	Str. 174 - 175 Zad. 6, 9, 11, 14, 16
9. Twierdzenie cosinusów (1)	– twierdzenie cosinusów	Uczeń: – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania trójkątów – przeprowadza dowód twierdzenia cosinusów	Str. 176 - 177 Zad. 4, 6, 7, 13, 15, 17, 20
10. Twierdzenie cosinusów (2)	– długości boków trójkąta a miary kątów leżących odpowiednio naprzeciwko tych boków – twierdzenie o najdłuższym boku trójkąta	Uczeń: – wskazuje najmniejszy (największy) kąt w trójkącie, znając długości boków trójkąta – bada, czy trójkąt jest ostrokątny, prostokątny, rozwartokątny – stosuje twierdzenie cosinusów do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym	Str. 178 - 179 Zad. 5, 6, 7, 8, 13, 17
			<b>Razem: 15/45</b>

## KLASA III

### Materiały dydaktyczne:

Jerzy Janowicz: Zbiór zadań dla klasy 3 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy, Nowa Era

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Wybrane zadania
<b>1. FUNKCJA WYKŁADNICZA I FUNKCJA LOGARYTMICZNA</b>			
1. Potęga o wykładniku wymiernym – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicja potęgi o wykładniku <math>\frac{1}{n}</math> liczby nieujemnej</li> <li>definicja potęgi o wykładniku wymiernym liczby dodatniej</li> <li>prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje pierwiastek <math>n</math>-tego stopnia w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku <math>\frac{1}{n}</math></li> <li>oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych</li> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o wykładniku wymiernym</li> </ul>	<p>Str. 9 - 11 Zad. 2, 4, 9, 11, 14, 15</p>
2. Potęga o wykładniku rzeczywistym	<ul style="list-style-type: none"> <li>poglądowe określenie potęgi liczby dodatniej o wykładniku rzeczywistym</li> <li>twierdzenia o działaniach na potęgach o wykładnikach rzeczywistych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>zapisuje daną liczbę w postaci potęgi o podanej podstawie i wykładniku rzeczywistym</li> <li>upraszcza wyrażenia, stosując twierdzenia o działaniach na potęgach, i oblicza ich wartość</li> <li>szacuje wartości potęg o wykładnikach rzeczywistych</li> <li>stosuje w zadaniach twierdzenie o działaniach na potęgach</li> </ul>	<p>Str. 12 - 15 Zad. 2, 3, 7, 10, 11, 14</p>
3. Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none"> <li>definicja funkcji wykładniczej</li> <li>wykres funkcji wykładniczej</li> <li>własności funkcji wykładniczej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>oblicza wartości danej funkcji wykładniczej dla podanych argumentów</li> <li>sprawdza, czy podany punkt należy do wykresu danej funkcji wykładniczej</li> <li>szkicuje wykres funkcji wykładniczej i określa jej własności</li> <li>porównuje liczby przedstawione w postaci potęg, korzystając z monotoniczności funkcji wykładniczej</li> <li>wyznacza wzór funkcji wykładniczej na podstawie współrzędnych punktu należącego do jej wykresu oraz szkicuje ten wykres</li> </ul>	<p>Str. 16 - 23 Zad. 6, 8, 14, 18, 24, 27</p>



<p>4. Przekształcenia wykresu funkcji wykładniczej</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- przesunięcie wykresu funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych</li> <li>- przekształcenie wykresu funkcji wykładniczej przez symetrię względem osi układu współrzędnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</li> <li>- szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych wykresu odpowiedniej funkcji wykładniczej, i podaje jej własności</li> <li>- szkicuje wykres funkcji, stosując złożenia przekształceń: przesunięcia wzdłuż osi układu współrzędnych i symetrię względem osi <math>OX</math>, i podaje ich własności</li> <li>- wyznacza wartość współczynnika, dla której wykres danej funkcji przechodzi przez podany punkt</li> <li>- odczytuje z wykresu funkcji wykładniczej zbiór rozwiązań nierówności</li> <li>- wyjaśnia, jak należy przekształcić wykres funkcji, aby otrzymać wykres innej funkcji</li> </ul>	<p>Str. 20 - 23 Zad. 1, 2, 5, 8, 9, 10, 13, 21, 22</p>
<p>5. Logarytm</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja logarytmu</li> <li>- własności logarytmu:  <math>\log_a 1 = 0, \log_a a = 1,</math>  <math>\log_a a^x = x, a^{\log_a b} = b,</math>                      gdzie: <math>a &gt; 0, a \neq 0, b &gt; 0</math> </li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza logarytm danej liczby</li> <li>- stosuje równości wynikające z definicji logarytmu do obliczania jego wartości</li> <li>- wyznacza podstawę logarytmu lub liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu; podaje odpowiednie założenia dla podstawy logarytmu oraz liczby logarytmowanej</li> <li>- udowadnia twierdzenie dotyczące niewymierności liczby, np. <math>\log_2 3</math></li> <li>-</li> </ul>	<p>Str. 24 - 26 Zad. 3, 4, 7, 8, 9, 10, 12, 16</p>
<p>6. Logarytm dziesiętny</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie logarytmu dziesiętnego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- odczytuje z tablic przybliżone wartości logarytmów</li> </ul>	<p>Str. 27 - 29</p>



		dziesiętnych – oblicza wartości wyrażeń, stosując własności logarytmu, w szczególności logarytmu dziesiętnego	Zad. 3, 6, 7, 9, 14, 17
7. Logarytm iloczynu i logarytm ilorazu	– twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu	Uczeń: – stosuje twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – stosuje twierdzenie o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu do uzasadniania równości wyrażeń – udowadnia twierdzenia o logarytmie iloczynu i logarytmie ilorazu	Str. 30 - 32 Zad. 2, 7, 10, 12, 17, 19
8. Logarytm potęgi	– twierdzenie o logarytmie potęgi	Uczeń: – stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do obliczania wartości wyrażeń z logarytmami – stosuje twierdzenie o logarytmie potęgi do uzasadniania równości wyrażeń – udowadnia twierdzenie o logarytmie potęgi	Str. 33 - 36 Zad. 5, 6, 7, 8, 14, 16
9. Funkcja logarytmiczna	– definicja funkcji logarytmicznej – wykres funkcji logarytmicznej – własności funkcji logarytmicznej	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji logarytmicznej i określa jej własności – wyznacza wzór funkcji logarytmicznej, gdy dane są współrzędne punktu należącego do jej wykresu – wyznacza zbiór wartości funkcji logarytmicznej o podanej dziedzinie – odczytuje z wykresu funkcji logarytmicznej zbiór rozwiązań nierówności – rozwiązuje zadania dotyczące monotoniczności funkcji logarytmicznej, w tym zadania z parametrem	Str. 37 - 39 Zad. 2, 4, 6, 11, 12, 17
10. Przekształcenia wykresu funkcji logarytmicznej	– przesunięcie wykresu funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu	Uczeń: – szkicuje wykres funkcji, stosując przesunięcie wykresu	



	<p>współrzędnych</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– przekształcenie wykresu funkcji logarytmicznej przez symetrię względem osi układu współrzędnych</li> </ul>	<p>odpowiedniej funkcji logarytmicznej wzdłuż osi układu współrzędnych, i podaje jej własności</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– szkicuje wykres funkcji, stosując symetrię względem osi układu współrzędnych wykresu odpowiedniej funkcji logarytmicznej, i podaje jej własności</li> <li>– szkicuje wykres funkcji, stosując złożenia przekształceń: przesunięcia wzdłuż osi układu współrzędnych i symetrię względem osi <math>OY</math>, i określa jej własności</li> </ul>	<p>Str. 40 - 42 Zad. 3, 4, 6, 8, 11, 16, 17</p>
11. Funkcje wykładnicza i logarytmiczna – zastosowania	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzrost wykładniczy</li> <li>– rozpad promieniotwórczy</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wykorzystuje funkcje wykładniczą i logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym, dotyczące wzrostu wykładniczego i rozpadu promieniotwórczego</li> </ul>	<p>Str. 43 - 46 Zad. 1, 3, 4, 5, 7, Str. 52 , zad. 8</p>
<b>2. GEOMETRIA ANALITYCZNA</b>			
1. Odległość między punktami w układzie współrzędnych	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzór na odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– oblicza odległość między punktami w układzie współrzędnych</li> <li>– stosuje wzór na odległość między punktami w zadaniach dotyczących wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>	<p>Str. 55 - 57 Zad. 2, 4, 6, 8, 10, 14, 18</p>
2. Środek odcinka	<ul style="list-style-type: none"> <li>– wzór na współrzędne środka odcinka</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– wyznacza współrzędne środka odcinka, jeśli dane są współrzędne jego końców</li> <li>– wyznacza współrzędne jednego z końców odcinka, gdy dane są współrzędne jego środka i drugiego końca</li> <li>– stosuje wzór na środek odcinka w zadaniach dotyczących własności wielokątów w układzie współrzędnych</li> </ul>	<p>Str. 58 - 60 Zad. 2, 4, 6, 7, 10, 12, 17</p>



3. Odległość punktu od prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na odległość punktu od prostej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza odległość punktu od prostej</li> <li>- oblicza odległość między prostymi równoległymi</li> <li>- stosuje wzór na odległość punktu od prostej do obliczania pól wielokątów</li> </ul>	<p>Str. 61 -63 Zad. 1, 4, 8, 10, 14</p>
4. Okrąg w układzie współrzędnych (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- równanie okręgu o środku w początku układu współrzędnych</li> <li>- równanie okręgu w postaci kanonicznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje równanie okręgu o danych środku i promieniu</li> <li>- sprawdza, czy punkt należy do danego okręgu</li> <li>- podaje współrzędne środka i promień okręgu, korzystając z postaci kanonicznej równania okręgu</li> <li>- wyznacza równanie okręgu o danym środku, przechodzącego przez dany punkt</li> <li>- wyznacza równanie okręgu, jeśli dane są współrzędne końców jego średnicy</li> <li>- wyznacza równanie okręgu wpisanego w kwadrat i opisanego na kwadracie, prostokącie lub trójkącie prostokątnym</li> <li>- stosuje równanie okręgu w zadaniach</li> </ul>	<p>Str. 64 - 67 Zad. 1, 2, 5, 12, 16, 19</p>
5. Okrąg w układzie współrzędnych (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- równanie okręgu w postaci kanonicznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza równanie okręgu spełniającego podane warunki</li> </ul>	<p>Str. 68 - 70 Zad. 1, 2, 4, 5, 11, 12, 15</p>
6. Wzajemne położenie dwóch okręgów	<ul style="list-style-type: none"> <li>- okręgi: styczne, przecinające się i rozłączne</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa liczbę punktów wspólnych dwóch okręgów</li> <li>- określa wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami</li> <li>- oblicza promień okręgu o danym środku, znając jego położenie względem okręgu opisanego równaniem</li> </ul>	<p>Str. 71 - 74 Zad. 2, 4, 7, 9, 15, 21</p>



7. Wzajemne położenie okręgu i prostej	<ul style="list-style-type: none"> <li>- styczna do okręgu</li> <li>- sieczna okręgu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- podaje liczbę punktów wspólnych i określa wzajemne położenie okręgu i prostej, porównując odległość środka okręgu od prostej z jego promieniem</li> <li>- korzysta z własności stycznej do okręgu</li> <li>- podaje równania stycznych do okręgu, równoległych do osi układu współrzędnych</li> </ul>	<p>Str. 75 - 77 Zad. 1, 4, 6, 8, 12, 20</p>
8. Układy równań – powtórzenie	<ul style="list-style-type: none"> <li>- interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje algebraicznie układ równań i podaje interpretację geometryczną rozwiązania</li> <li>- wyznacza punkty wspólne prostej i paraboli; podaje interpretację geometryczną rozwiązania</li> </ul>	<p>Str. 78 - 81 Zad. 2, 3, 9, 13, 16</p>
9. Punkty wspólne prostej i okręgu (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązanie algebraiczne i interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu o środku w początku układu współrzędnych, a drugie – równaniem prostej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje algebraicznie i graficznie układy równań, z których jedno opisuje prostą, a drugie – okrąg o środku w początku układu współrzędnych</li> <li>- rozwiązuje zadania dotyczące wielokątów wpisanych w dany okrąg</li> </ul>	<p>Str. 82 - 84 Zad. 2, 3, 7, 8, 10, 12, 17</p>
10. Punkty wspólne prostej i okręgu (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązanie algebraiczne i interpretacja geometryczna rozwiązania układu równań, z których jedno jest równaniem okręgu, a drugie – równaniem prostej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- rozwiązuje algebraicznie układy równań, z których jedno jest równaniem okręgu, a drugie – równaniem prostej</li> <li>- stosuje układy równań do rozwiązywania zadań dotyczących okręgów i wielokątów</li> </ul>	<p>Str. 85 - 88 Zad. 1, 6, 10, 14, 19, 22</p>
11. Symetria osiowa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja symetrii osiowej</li> <li>- figury osiowosymetryczne</li> <li>- symetria względem osi układu współrzędnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wskazuje figury osiowosymetryczne i podaje liczbę ich osi symetrii</li> <li>- znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do</li> </ul>	<p>Str. 89 - 91 Zad.</p>



		<p>danego punktu względem osi układu współrzędnych</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem jednej z osi układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków</li> <li>- podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem jednej z osi układu współrzędnych</li> <li>- sprawdza, czy odcinki są symetryczne względem osi układu współrzędnych</li> <li>- stosuje własności symetrii osiowej w zadaniach</li> </ul>	3, 4, 6, 13, 15, 22
12. Symetria środkowa	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja symetrii środkowej</li> <li>- figury środkowosymetryczne</li> <li>- symetria względem początku układu współrzędnych</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wskazuje figury środkowosymetryczne</li> <li>- znajduje współrzędne punktu położonego symetrycznie do danego punktu względem początku układu współrzędnych</li> <li>- szkicuje obraz wielokąta w symetrii względem początku układu współrzędnych i podaje współrzędne jego wierzchołków</li> <li>- podaje równanie okręgu symetrycznego do danego okręgu względem początku układu współrzędnych</li> <li>- stosuje w zadaniach własności symetrii środkowej</li> </ul>	<p>Str. 92 - 94 Zad. 3, 7, 11, 14, 15</p>
<b>3. CIĄGI</b>			
1. Pojęcie ciągu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- definicja ciągu</li> <li>- ciąg liczbowy</li> <li>- wykres ciągu</li> <li>- wyraz ciągu</li> <li>-</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> <li>- wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie</li> <li>- szkicuje wykres ciągu</li> </ul>	<p>Str.102 - 106 Zad. 7, 8, 9, 12, 15, 16, 17</p>
2. Sposoby określania ciągu	<ul style="list-style-type: none"> <li>- sposoby określania ciągu</li> <li>- wzór ogólny ciągu</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza wzór ogólny ciągu, jeśli danych jest kilka jego początkowych wyrazów</li> <li>- wyznacza wskazane wyrazy ciągu określonego wzorem</li> </ul>	<p>Str. 107 - 109 Zad.</p>



		ogólnym – wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek – wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki	3, 5, 6, 9, 13, 17
3. Ciągi monotoniczne	– definicje ciągów: rosnącego, malejącego, stałego, niemalejącego i nierosnącego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki – uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny – wyznacza wyraz $a_{n+1}$ ciągu określonego wzorem ogólnym – bada monotoniczność ciągu, korzystając z jego definicji – wyznacza wartość parametru zawartego we wzorze ciągu tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym	Str. 110- 112 Zad. 1, 2, 6, 7, 8, 10, 16
4. Ciągi określone rekurencyjnie	– określenie rekurencyjne ciągu	Uczeń: – wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego rekurencyjnie – wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, jeśli dany jest jego wzór ogólny – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu	Str. 113 - 117 Zad. 1, 2, 4, 6, 10, 21
5. Ciąg arytmetyczny (1)	– definicje ciągu arytmetycznego i jego różnicy – wzór ogólny ciągu arytmetycznego – monotoniczność ciągu arytmetycznego – własności ciągu arytmetycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów arytmetycznych – wyznacza wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, jeśli dane są jego pierwszy wyraz i różnica – określa monotoniczność ciągu arytmetycznego – wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, jeśli dane są dowolne dwa jego wyrazy – stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów tego ciągu – wyznacza wartości niewiadomych, tak aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny	Str. 118 - 120 Zad. 3, 5, 7, 8, 13, 15, 17



		– stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego	
6. Ciąg arytmetyczny (2)	– zastosowanie własności ciągu arytmetycznego w zadaniach	Uczeń: – udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem arytmetycznym – udowadnia, że ciąg jest ciągiem arytmetycznym wtedy i tylko wtedy, gdy jego wykres jest zawarty w pewnej prostej – stosuje własności ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu	Str. 121 - 123 Zad. 2, 3, 4, 8, 12, 18
7. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (1)	– wzory na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: – oblicza sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – stosuje wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego w zadaniach różnego typu, w tym tekstowych	Str. 124 - 126 Zad. 3, 6, 9, 13, 15, 16
8. Suma początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (2)	– zastosowanie wzorów na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Uczeń: – rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego – uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego – bada monotoniczność ciągu, korzystając ze wzoru na sumę $n$ początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego	Str. 127 - 129 Zad. 1, 3, 6, 8, 11, 16, 20
9. Ciąg geometryczny (1)	– definicje ciągu geometrycznego i jego ilorazu – wzór ogólny ciągu geometrycznego – własności ciągu geometrycznego	Uczeń: – podaje przykłady ciągów geometrycznych – wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz – wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dowolne dwa jego wyrazy – wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny	Str. 130 - 132 Zad. 2, 4, 5, 7, 11, 15



10. Ciąg geometryczny (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>- monotoniczność ciągu geometrycznego</li> <li>- pojęcie średniej geometrycznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- określa monotoniczność ciągu geometrycznego</li> <li>- udowadnia, że dany ciąg jest ciągiem geometrycznym</li> <li>- stosuje w zadaniach związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego</li> <li>- stosuje własności ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>	<p>Str. 133 - 135 Zad. 1, 3, 6, 10, 18, 21</p>
11. Suma początkowych wyrazów ciągu geometrycznego	<ul style="list-style-type: none"> <li>- wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego</li> <li>- stosuje wzór na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu</li> </ul>	<p>Str. 136 - 138 Zad. 5, 7, 11, 12, 17, 18</p>
12. Ciągi arytmetyczne i ciągi geometryczne – zadania	<ul style="list-style-type: none"> <li>- własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- stosuje w zadaniach własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego</li> </ul>	<p>Str. 139 - 141 Zad. 2, 5, 7, 11, 13, 22</p>
13. Procent składany	<ul style="list-style-type: none"> <li>- procent składany</li> <li>- kapitalizacja odsetek, okres kapitalizacji</li> <li>- stopy procentowe nominalna i efektywna</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji</li> <li>- oblicza wysokość kapitału na lokacie systematycznego oszczędzania</li> <li>- oblicza oprocentowanie lokaty</li> <li>- ustala okres oszczędzania</li> <li>- rozwiązuje zadania związane z kredytami</li> </ul>	<p>Str. 142 - 146 Zad. 1, 3, 5, 7, 14, 18, 24</p>



4. STATYSTYKA			
1. Średnia arytmetyczna	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie średniej arytmetycznej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza średnią arytmetyczną zestawu danych</li> <li>- oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób</li> <li>- wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną</li> </ul>	<p>Str. 155 - 158 Zad. 3, 4, 7, 11, 13, 19, 21</p>
2. Mediana, skala centylowa i dominanta	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie mediany</li> <li>- pojęcie skali centylowej</li> <li>- pojęcie dominanty</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- wyznacza medianę i dominantę zestawu danych</li> <li>- odczytuje informacje ze skali centylowej</li> <li>- wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych na diagramach lub pogrupowanych w inny sposób</li> <li>- wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę</li> </ul>	<p>Str. 159 - 164 Zad. 2, 3, 5, 8, 11, 15, 18</p>
3. Odchylenie standardowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie wariancji</li> <li>- pojęcie odchylenia standardowego</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych</li> <li>- oblicza wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami</li> </ul>	<p>Str. 165 - 169 Zad. 2, 5, 7, 9, 13, 19, 23</p>
4. Średnia ważona	<ul style="list-style-type: none"> <li>- pojęcie średniej ważonej</li> </ul>	<p>Uczeń:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- oblicza średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami</li> <li>- stosuje w zadaniach średnią ważoną</li> </ul>	<p>170 - 173 Zad. 2, 4, 7, 9, 11, 18, 19</p>
			<b>Razem: 15</b>

## ŹRÓDŁA:

- 1) *Agnieszka Kamińska, Dorota Ponczek „Plan wynikowy MATeMATyka 1 zakres podstawowy” – Nowa Era*
- 2) *Jerzy Janowicz, Marcin Wesółowski „Zbiór zadań dla klasy 1 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy” - Nowa Era*
- 3) *Agnieszka Kamińska, Dorota Ponczek „Plan wynikowy MATeMATyka 2 zakres podstawowy” – Nowa Era*
- 4) *Jerzy Janowicz „Zbiór zadań dla klasy 2 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy” -Nowa Era*
- 5) *Agnieszka Kamińska, Dorota Ponczek „Plan wynikowy MATeMATyka 3 zakres podstawowy” – Nowa Era*
- 6) *Jerzy Janowicz „Zbiór zadań dla klasy 3 liceum ogólnokształcącego i technikum - zakres podstawowy” -Nowa Era*
- 7) *Wybrane wzory matematyczne – CKE*
- 8) *Własna wiedza i doświadczenie zawodowe*