Zajęcia dodatkowe dla Uczniów Szkoły

Zespół Szkół nr2 w Szamotułach

Tytuł zajęć

„ Zajęcia wyrównawcze z matematyki”

Autor/Autorzy opracowania

Daniel Kuzara

Niniejszy skrypt/scenariusz powstał na potrzeby realizacji Projektu nr RPWP.08.01.04-30-0005/19 pn.:
„*ENIGMA – Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań*”

Szamotuły 2021

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

PROGRAM ZAJĘĆ

L.p.	Temat zajęć	Liczba godzin
1.	**Liczby rzeczywiste.**	3
2.	**Wyrażenia algebraiczne**	3
3.	**Równania i nierówności**	3
4.	**Funkcje**	3
5.	**Ciągi**	3
6.	**Trygonometria**	3
7.	**Planimetria**	3
8.	**Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej**	3
9.	**Stereometria**	3
10.	**Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka**	3
Łączna liczba godzin		30

I. Wymagania na poszczególne zajęcia:

1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg);

2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych);

3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach;

4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych;

5) wykorzystuje podstawowe własności potęg;

6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym;

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

7) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;

8) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).

2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.

3. Równania i nierówności. Uczeń:

1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności;

2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;

3) rozwiązuje nierówności pierwszego sto-pnia z jedną niewiadomą;

4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą;

5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;

6) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;

7) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych

4. Funkcje. Uczeń:

1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;

2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;

3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);

4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;

5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;

6) wyznacza wzór funkcji liniowej na pod-stawie informacji o funkcji lub o jej wy-kresie;

7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;

8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;

10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);

11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym).

5. Ciągi. Uczeń:

1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;

2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;

3) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;

4) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.

6. Trygonometria. Uczeń:

1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°;

2) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną);

3) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:

4) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.

7. Planimetria. Uczeń:

1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;

2) korzysta z własności stycznej do okręgu;

3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów;

4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych,

w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:

1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

kierunkowej lub ogólnej);

2) bada równoległość i prostopadłość pros-tych na podstawie ich równań kierunkowych;

3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;

4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;

5) wyznacza współrzędne środka odcinka;

6) oblicza odległość dwóch punktów;

7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu.

9. Stereometria. Uczeń:

1) rozpoznaje w graniastosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;

2) rozpoznaje w graniastosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;

3) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól po-wierzchni i objętości graniastosłupów.

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:

1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;

2) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.

Szczegółowe wymagania:

1. Liczby wymierne dodatnie.

1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń (także z wykorzystaniem kalkulatora);

2) zamienia ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne (także okresowe), zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe;

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

3) zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb;

4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne;

5) szacuje wartości wyrażeń arytmetycznych;

6) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym.

2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie).

1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej;

2) wskazuje na osi liczbowej zbiór liczb spełniających warunek typu: $x \geq 3$, $x \leq 5$;

3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne;

4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne.

3. Potęgi.

1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych;

2) zapisuje w postaci jednej potęgi: iloczyny i ilorazy potęg o takich samych podstawach, iloczyny i ilorazy potęg o takich samych wykładnikach oraz potęgę potęgi (przy wykładnikach naturalnych);

3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach;

4) zamienia potęgi o wykładnikach całkowitych ujemnych na odpowiednie potęgi o wykładnikach naturalnych.

4. Pierwiastki.

1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;

2) wyłącza czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka;

3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia;

4) mnoży i dzieli pierwiastki trzeciego stopnia.

5. Procenty.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent tej wielkości i odwrotnie;

2) oblicza procent danej liczby;

3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu;

4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, wykonuje obliczenia związane z VAT, oblicza odsetki dla lokaty rocznej.

6. Wyrażenia algebraiczne.

1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;

2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;

3) redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej;

4) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne;

5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne;

6) wyłącza wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias;

7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych.

7. Równania.

1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;

2) sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;

3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;

4) zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;

5) sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;

6) rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

8. Wykresy funkcji.

1) zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych;

2) odczytuje współrzędne danych punktów;

3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero;

4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym);

5) oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem i zaznacza punkty należące do jej wykresu.

9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa.

1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów;

2) wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł;

3) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych;

4) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwa najprostszych zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w rzucie monetą, dwójki lub szóstki w rzucie kostką, itp.).

10. Figury płaskie.

1) korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe;

2) rozpoznaje wzajemne położenie prostej i okręgu, rozpoznaje styczną do okręgu;

3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności;

4) rozpoznaje kąty środkowe;

5) oblicza długość okręgu i łuku okręgu;

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

6) oblicza pole koła, wycinka kołowego;

7) stosuje twierdzenie Pitagorasa;

8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i w trapezach;

9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów;

10) oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali;

11) oblicza stosunek pól wielokątów podobnych;

12) rozpoznaje wielokąty przystające i podobne;

13) stosuje cechy przystawania trójkątów;

14) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych;

15) rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej i względem punktu. Rysuje pary figur symetrycznych;

16) rozpoznaje figury, które mają oś symetrii, i figury, które mają środek symetrii. Wskazuje oś symetrii i środek symetrii figury;

17) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;

18) konstruuje okrąg opisany na trójkącie oraz okrąg wpisany w trójkąt;

19) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

11. Bryły.

1) rozpoznaje graniastosłupy i ostrosłupy prawidłowe;

2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastosłupa prostego i ostrosłupa.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykładowe zadania na poszczególne zajęcia:

1. Liczby rzeczywiste.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $100^5 \cdot (0{,}1)^{-6}$ jest równa

A. 10^{13} **B.** 10^{16} **C.** 10^{-1} **D.** 10^{-30}

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $9^{-10} \cdot 3^{19}$ jest równa

A. 27^9 **B.** 9^{-2} **C.** 3^{10} **D.** 3^{-1}

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\dfrac{2^{50} \cdot 3^{40}}{36^{10}}$ jest równa

A. 6^{70} **B.** 6^{45} **C.** $2^{30} \cdot 3^{20}$ **D.** $2^{10} \cdot 3^{20}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\left(7^{\frac{5}{4}} \cdot 7^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$ jest równa

A. $7^{\frac{5}{3}}$ **B.** 7^1 **C.** $7^{\frac{3}{2}}$ **D.** $7^{\frac{10}{3}}$

Zadanie 2. (0–1)

Liczbę $\sqrt[4]{9 \cdot \sqrt{3}}$ można zapisać w postaci

A. $3^{\frac{5}{8}}$ **B.** $3^{\frac{11}{4}}$ **C.** $3^{\frac{1}{4}}$ **D.** $3^{\frac{9}{8}}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 2. (0–1)

Liczba naturalna $n = 2^{14} \cdot 5^{15}$ w zapisie dziesiętnym ma

A. 14 cyfr **B.** 15 cyfr **C.** 16 cyfr **D.** 30 cyfr

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2} - \sqrt{3})$ jest równa

A. $5 - 2\sqrt{6}$ **B.** 5 **C.** $5 + 2\sqrt{6}$ **D.** -1

Zadanie 2. (0–1)

Liczba 78 stanowi 150% liczby c. Wtedy liczba c jest równa

A. 60 **B.** 52 **C.** 48 **D.** 39

Zadanie 3. (0–1)

W pewnym banku prowizja od udzielanych kredytów hipotecznych przez cały styczeń była równa 4%. Na początku lutego ten bank obniżył wysokość prowizji od wszystkich kredytów o 1 punkt procentowy. Oznacza to, że prowizja od kredytów hipotecznych w tym banku zmniejszyła się o

A. 1% **B.** 25% **C.** 33% **D.** 75%

Zadanie 4. (0–1)

Cenę x pewnego towaru obniżono o 20% i otrzymano cenę y. Aby przywrócić cenę x, nową cenę y należy podnieść o

A. 25% **B.** 20% **C.** 15% **D.** 12%

Zadanie 3. (0–1)

Liczba x stanowi 80% liczby dodatniej y. Wynika stąd, że liczba y to

A. 125% liczby x. **B.** 120% liczby x.

C. 25% liczby x. **D.** 20% liczby x.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 4. (0–1)

Cenę drukarki obniżono o 20%, a następnie nową cenę obniżono o 10%. W wyniku obu tych zmian cena drukarki zmniejszyła się w stosunku do ceny sprzed obu obniżek o

A. 18% **B.** 28% **C.** 30% **D.** 72%

Zadanie 6. (0–1)

Na początku miesiąca komputer kosztował 3 500 zł. W drugiej dekadzie tego miesiąca cenę komputera obniżono o 10%, a w trzeciej dekadzie cena tego komputera została jeszcze raz obniżona, tym razem o 15%. Innych zmian ceny tego komputera w tym miesiącu już nie było. Cena komputera na koniec miesiąca była równa

A. 3 272,50 zł **B.** 2 625 zł

C. 2 677,50 zł **D.** 2 800 zł

Zadanie 3. (0–1)

Rozważamy przedziały liczbowe $(-\infty, 5)$ i $\langle -1, +\infty)$. Ile jest wszystkich liczb całkowitych, które należą jednocześnie do obu rozważanych przedziałów?

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 7

Zadanie 4. (0–1)

Równość $\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{a}=1$ jest prawdziwa dla

A. $a=\frac{11}{20}$ **B.** $a=\frac{8}{9}$ **C.** $a=\frac{9}{8}$ **D.** $a=\frac{20}{11}$

Zadanie 4. (0–1)

Suma $2\log\sqrt{10}+\log 10^3$ jest równa

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 5

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $\log_6 9 + 2\log_6 2$ jest równa

A. $\log_6 \frac{9}{4}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** $\log_6 \frac{81}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $2\log 5 + 3\log 2$ jest równa

A. $\log(2 \cdot 5) + \log(3 \cdot 2)$ **B.** $\log 2^5 + \log 3^2$

C. $2 \cdot 3\log(5 \cdot 2)$ **D.** $\log(5^2 \cdot 2^3)$

Zadanie 3. (0–1)

Niech $\log_3 18 = c$. Wtedy $\log_3 54$ jest równy

A. $c - 1$ **B.** c **C.** $c + 1$ **D.** $c + 2$

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\log_{\sqrt{2}} 2$ jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Liczba $\log_5 \sqrt{125}$ jest równa

A. $\frac{2}{3}$ **B.** 2 **C.** 3 **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 5. (0–1)

Różnica $0,(3) - \frac{23}{33}$ jest równa

A. $-0,(39)$ **B.** $-\frac{39}{100}$ **C.** $-0,36$ **D.** $-\frac{4}{11}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

2. Wyrażenia algebraiczne

Zadanie 4. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej x i każdej liczby rzeczywistej y wyrażenie $(3x+8y)^2$ jest równe

A. $9x^2+48xy+64y^2$ **B.** $9x^2+64y^2$

C. $3x^2+48xy+8y^2$ **D.** $3x^2+8y^2$

Zadanie 31. (0–2)

Wykaż, że dla każdej liczby rzeczywistej a i każdej liczby rzeczywistej b spełniona jest nierówność

$$b(5b-4a)+a^2 \geq 0$$

Zadanie 5. (0–1)

Dla każdej liczby rzeczywistej x wyrażenie $(x-1)^2-(2-x)^2$ jest równe

A. $2x-3$ **B.** $2x^2-6x-3$ **C.** $(2x-3)^2$ **D.** 9

Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia x^2-6x+9 dla $x=\sqrt{3}+3$ jest równa

A. 1 **B.** 3 **C.** $1+2\sqrt{3}$ **D.** $1-2\sqrt{3}$

Zadanie 28. (0–2)

Wykaż, że dla każdych dwóch różnych liczb rzeczywistych a i b prawdziwa jest nierówność

$$a(a-2b)+2b^2>0.$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

3. Równania i nierówności

Zadanie 5. (0–1)

Liczba (-2) jest rozwiązaniem równania

A. $x^2 + 4 = 0$

B. $\frac{x+2}{2} = 1$

C. $\frac{x}{x+2} = 0$

D. $x^2(x+2) + 2(x+2) = 0$

Zadanie 6. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $5 - \frac{2-6x}{4} \geq 2x + 1$ jest przedział

A. $(-\infty, 1\rangle$ **B.** $\langle 1, +\infty)$ **C.** $(-\infty, 7\rangle$ **D.** $\langle 7, +\infty)$

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$x^2 - 5 \geq 4x$$

Zadanie 30. (0–2)

Rozwiąż równanie:

$$\frac{x+8}{x-7} = 2x$$

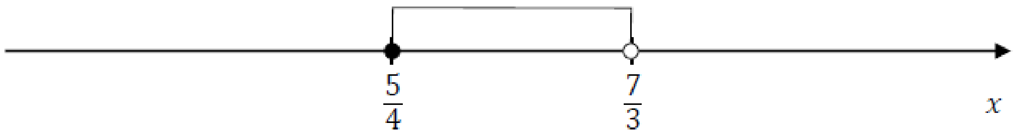
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 6. (0–1)

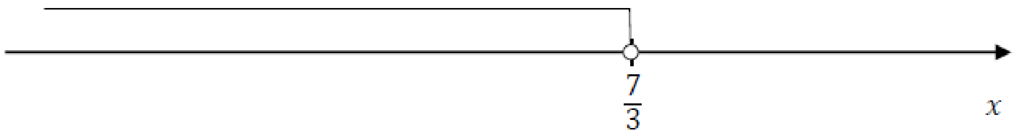
Wskaż rysunek, na którym przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających jednocześnie nierówności $0 < 7 - 3x$ oraz $7 - 3x \leq 5x - 3$.

A.

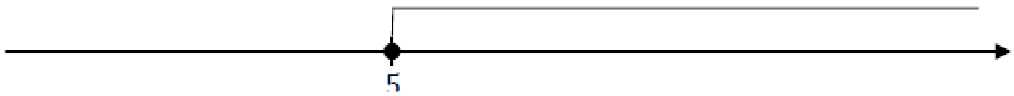
B.



C.



D.



Zadanie 7. (0–1)

Rozwiązaniem równania $x\sqrt{3} + 2 = 2x - 8$ jest liczba

A. $10(2 + \sqrt{3})$ **B.** $\frac{10}{\sqrt{3}-2}$ **C.** $10(\sqrt{3} - 2)$ **D.** $\frac{\sqrt{3}+10}{2}$

Zadanie 8. (0–1)

Równanie $\frac{x^2-7x}{x^2-49} = 0$ ma w zbiorze liczb rzeczywistych dokładnie

A. jedno rozwiązanie.
B. dwa rozwiązania.
C. trzy rozwiązania.
D. cztery rozwiązania.

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$2(x+1)(x-3) < x^2 - 9$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla wszystkich liczb rzeczywistych a, b i c takich, że $\frac{a+b}{2} > c$ i $\frac{b+c}{2} > a$, prawdziwa jest nierówność

$$\frac{a+c}{2} < b$$

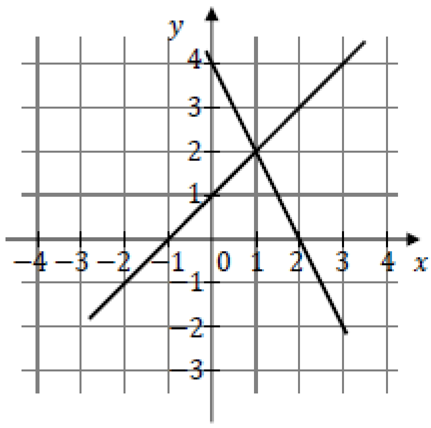
Zadanie 6. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $\frac{2-x}{2} - 2x \geq 1$ jest przedział

A. $\langle 0, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 0\rangle$ **C.** $(-\infty, 5\rangle$ **D.** $\left(-\infty, \frac{1}{3}\right\rangle$

Zadanie 8. (0–1)

Na rysunku obok przedstawiono geometryczną interpretację jednego z niżej zapisanych układów równań. Wskaż ten układ, którego geometryczną interpretację przedstawiono na rysunku.



A. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -2x + 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = x + 1 \\ y = 2x + 4 \end{cases}$

Zadanie 29. (0–2)

Rozwiąż nierówność:

$$x^2 - 5x \leq 14$$

Zadanie 30. (0–2)

Wykaż, że dla każdych trzech dodatnich liczb a, b i c takich, że $a < b$, spełniona jest nierówność

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+c}$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 32. (0–2)
Rozwiąż równanie:

$$\frac{3x+2}{3x-2} = 4 - x$$

Zadanie 5. (0–1)

Para liczb $x = 1, y = -3$ spełnia układ równań $\begin{cases} x - y = a^2 \\ (1+a)x - 3y = -4a \end{cases}$

Wtedy a jest równe

A. 2 **B.** -2 **C.** $\sqrt{2}$ **D.** $-\sqrt{2}$

Zadanie 6. (0–1)
Iloczyn wszystkich rozwiązań równania $2(x-4)(x^2-1) = 0$ jest równy

A. -8 **B.** -4 **C.** 4 **D.** 8

Zadanie 7. (0–1)
Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{12-5x}{2} < 3\left(1 - \frac{1}{2}x\right) + 7x$ jest

A. $\left(-\infty, \frac{2}{7}\right)$ **B.** $\left(\frac{2}{7}, +\infty\right)$ **C.** $\left(-\infty, \frac{3}{8}\right)$ **D.** $\left(\frac{3}{8}, +\infty\right)$

Zadanie 29. (0–2)
Rozwiąż nierówność:

$$3x(x+1) > x^2 + x + 24$$

Zadanie 30. (0–2)
Rozwiąż równanie:

$$\frac{6x-1}{3x-2} = 3x + 2$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 5. (0–1)

Zbiorem wszystkich rozwiązań nierówności $3(1-x) > 2(3x-1) - 12x$ jest przedział

A. $\left(-\frac{5}{3}, +\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty, \frac{5}{3}\right)$ **C.** $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$ **D.** $\left(-\infty, -\frac{5}{3}\right)$

Zadanie 6. (0–1)

Suma wszystkich rozwiązań równania $x(x-3)(x+2) = 0$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Zadanie 10. (0–1)

Równanie $x(x-2) = (x-2)^2$ w zbiorze liczb rzeczywistych

A. nie ma rozwiązań.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 2$.
C. ma dokładnie jedno rozwiązanie: $x = 0$.
D. ma dwa różne rozwiązania: $x = 1$ i $x = 2$.

Zadanie 26. (0–2)

Rozwiąż nierówność $2(x-1)(x+3) > x-1$.

Zadanie 27. (0–2)

Rozwiąż równanie $(x^2 - 1)(x^2 - 2x) = 0$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

4. Funkcje

Zadanie 7. (0–1)

Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = -2x + 4$. Wykres funkcji f przesunięto wzdłuż osi Ox o 2 jednostki w lewo (tzn. przeciwnie do zwrotu osi), w wyniku czego otrzymano wykres funkcji g. Funkcja g jest określona wzorem

A. $g(x) = -2x + 2$
B. $g(x) = -2x$
C. $g(x) = -2x + 6$
D. $g(x) = -2x + 8$

Zadanie 8. (0–1)

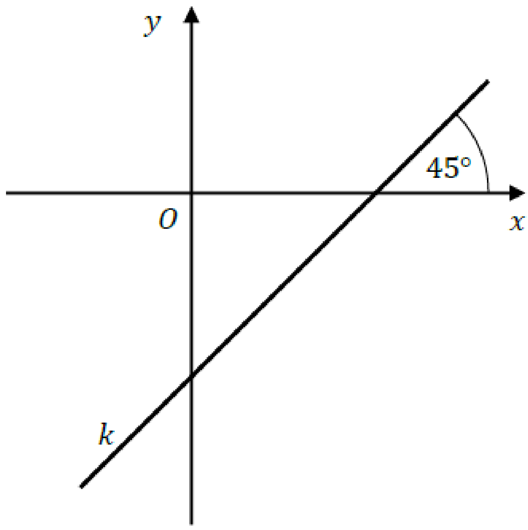
Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = ax + 4$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba (-1). Wtedy

A. $a = -4$
B. $a = 1$
C. $a = 4$
D. $a = 5$

Zadanie 9. (0–1)

Prosta k przechodzi przez punkt $A = (2, -3)$ i jest nachylona do osi Ox pod kątem $45°$ (zobacz rysunek). Prosta k ma równanie

A. $y = x - 5$
B. $y = -x - 1$
C. $y = -x + 5$
D. $y = x + 5$



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = -2(x+3)(x-5)$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f, ma współrzędną x równą

A. (-3) **B.** (-1) **C.** 1 **D.** 5

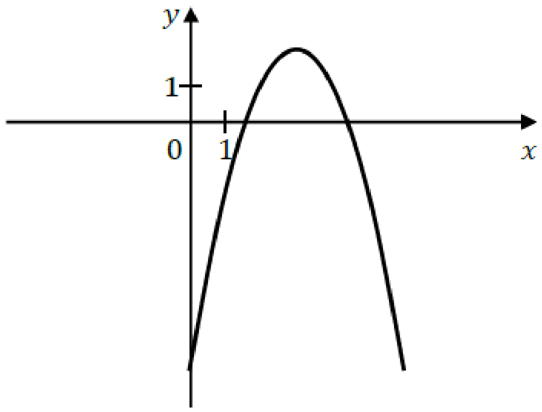
Zadanie 11. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -x^2 + 4$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, -2\rangle$ **B.** $\langle 2, +\infty)$ **C.** $\langle -4, +\infty)$ **D.** $(-\infty, 4\rangle$

Zadanie 12. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f.



Jeden spośród podanych poniżej wzorów jest wzorem tej funkcji. Wskaż wzór funkcji f.

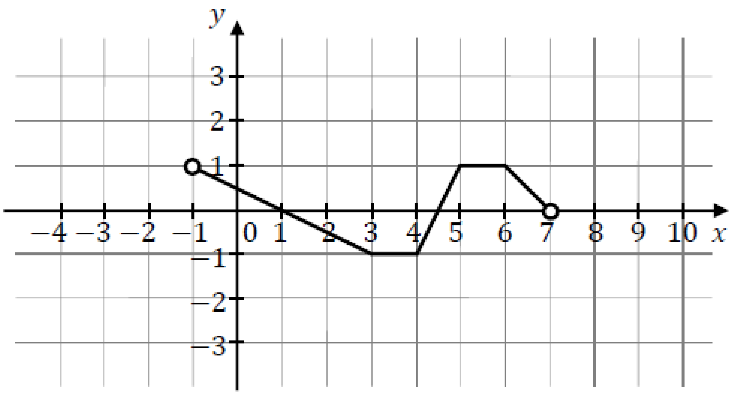
A. $f(x) = x^2 - 6x + 11$ **B.** $f(x) = -x^2 + x + 2$

C. $f(x) = x^2 - 6x - 7$ **D.** $f(x) = -x^2 + 6x - 7$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 9. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $(-1, 7)$.



Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Funkcja f ma trzy miejsca zerowe.
B. Zbiorem wartości funkcji f jest $\langle -1, 1)$.
C. Funkcja f osiąga wartość największą równą 1.
D. Funkcja f osiąga wartości ujemne dla argumentów ze zbioru $(-1, 0)$.

Zadanie 10. (0–1)

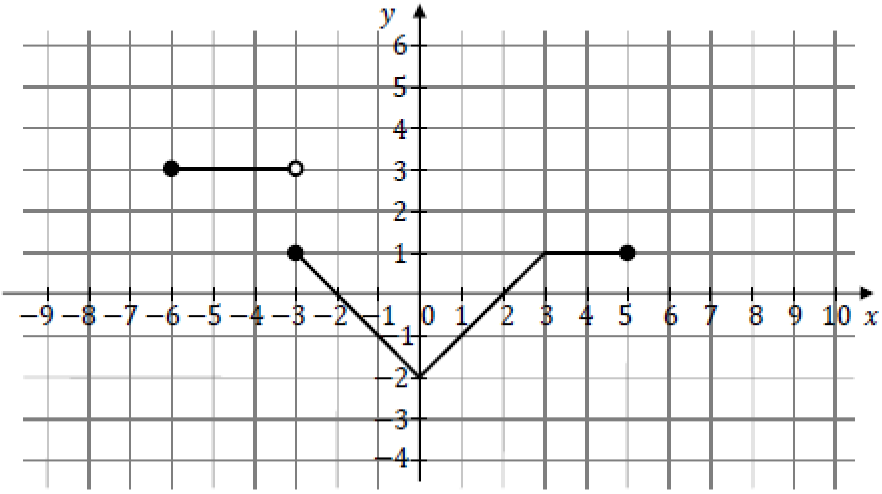
Wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = -3(x+4)(x-2)$ jest parabola o wierzchołku $W = (p, q)$. Współrzędne wierzchołka W spełniają warunki

A. $p > 0$ i $q > 0$
B. $p < 0$ i $q > 0$
C. $p < 0$ i $q < 0$
D. $p > 0$ i $q < 0$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 7. (0–1)

Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $\langle -6, 5\rangle$.

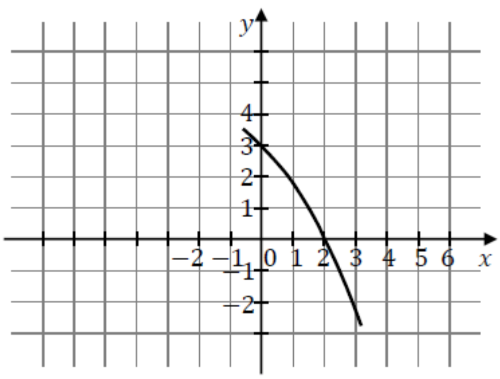


Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = f(x) - 2$ dla $x \in \langle -6, 5\rangle$. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Liczba $f(2) + g(2)$ jest równa (-2).
B. Zbiory wartości funkcji f i g są równe.
C. Funkcje f i g mają te same miejsca zerowe.
D. Punkt $P = (0, -2)$ należy do wykresów funkcji f i g.

Informacja do zadań 11. i 12.

Na rysunku przedstawiono <u>fragment</u> wykresu funkcji kwadratowej f. Jednym z miejsc zerowych tej funkcji jest liczba 2. Do wykresu funkcji f należy punkt $(0, 3)$. Prosta o równaniu $x = -2$ jest osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji f.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 11. (0–1)

Drugim miejscem zerowym funkcji f jest liczba

A. -2 **B.** -3 **C.** -4 **D.** -6

Zadanie 12. (0–1)

Wartość funkcji f dla argumentu (-4) jest równa

A. -2 **B.** 0 **C.** 3 **D.** 4

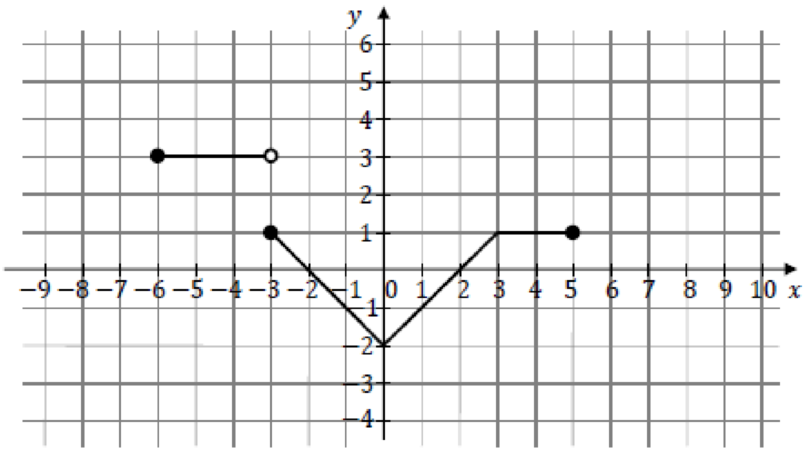
Zadanie 13. (0–1)

Dane są ciągi (a_n), (b_n), (c_n), (d_n), określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ wzorami: $a_n = 20n + 3$, $b_n = 2n^2 - 3$, $c_n = n^2 + 10n - 2$, $d_n = \frac{n+187}{n}$. Liczba 197 jest dziesiątym wyrazem ciągu

A. (a_n) **B.** (b_n) **C.** (c_n) **D.** (d_n)

Zadanie 7. (0–1)

Na poniższym rysunku przedstawiono wykres funkcji f określonej w zbiorze $\langle -6, 5\rangle$.



Funkcja g jest określona wzorem $g(x) = f(x) - 2$ dla $x \in \langle -6, 5\rangle$. Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Liczba $f(2) + g(2)$ jest równa (-2).
B. Zbiory wartości funkcji f i g są równe.
C. Funkcje f i g mają te same miejsca zerowe.
D. Punkt $P = (0, -2)$ należy do wykresów funkcji f i g.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 9. (0–1)

Proste o równaniach $y = 3x - 5$ oraz $y = \frac{m-3}{2}x + \frac{9}{2}$ są równoległe, gdy

A. $m = 1$ **B.** $m = 3$ **C.** $m = 6$ **D.** $m = 9$

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{x^2}{2x-2}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 1$. Wtedy dla argumentu $x = \sqrt{3} - 1$ wartość funkcji f jest równa

A. $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$ **B.** -1 **C.** 1 **D.** $\frac{1}{\sqrt{3}-2}$

Zadanie 11. (0–1)

Do wykresu funkcji f określonej dla każdej liczby rzeczywistej x wzorem $f(x) = 3^x - 2$ należy punkt o współrzędnych

A. $(-1, -5)$ **B.** $(0, -2)$ **C.** $(0, -1)$ **D.** $(2, 4)$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -2(x+1)(x-3)$ jest malejąca w przedziale

A. $\langle 1, +\infty)$ **B.** $(-\infty, 1\rangle$ **C.** $(-\infty, -8\rangle$ **D.** $\langle -8, +\infty)$

Zadanie 13. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $\left(15,\ 3x,\ \frac{5}{3}\right)$ jest geometryczny i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Stąd wynika, że

Zadanie 31. (0–2)

Funkcja liniowa f przyjmuje wartość 2 dla argumentu 0, a ponadto $f(4) - f(2) = 6$. Wyznacz wzór funkcji f.

Zadanie 8. (0–1)

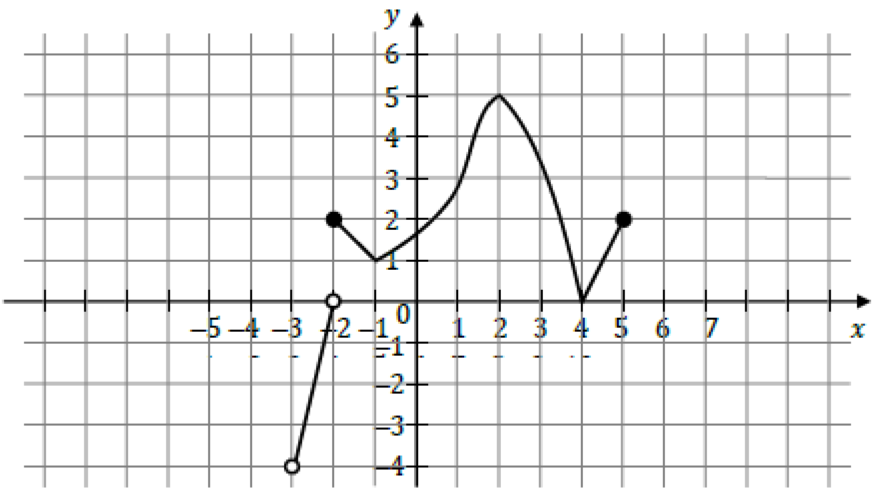
Funkcja liniowa $f(x) = (a-1)x + 3$ osiąga wartość najmniejszą równą 3. Wtedy

A. $a = -1$ **B.** $a = 0$ **C.** $a = 1$ **D.** $a = 3$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 9. (0–1)

Na wykresie przedstawiono wykres funkcji f.



Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Dziedziną funkcji f jest przedział $(-4, 5)$.
B. Funkcja f ma dwa miejsca zerowe.
C. Funkcja f dla argumentu 1 przyjmuje wartość (-1).
D. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział $(-4,\ 5)$.

Zadanie 10. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{8x-7}{2x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wartość funkcji f dla argumentu 1 jest równa

A. $\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** 1 **D.** 2

Zadanie 21. (0–1)

Proste o równaniach $y = 3ax - 2$ i $y = 2x + 3a$ są prostopadłe. Wtedy a jest równe

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{1}{6}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** -5

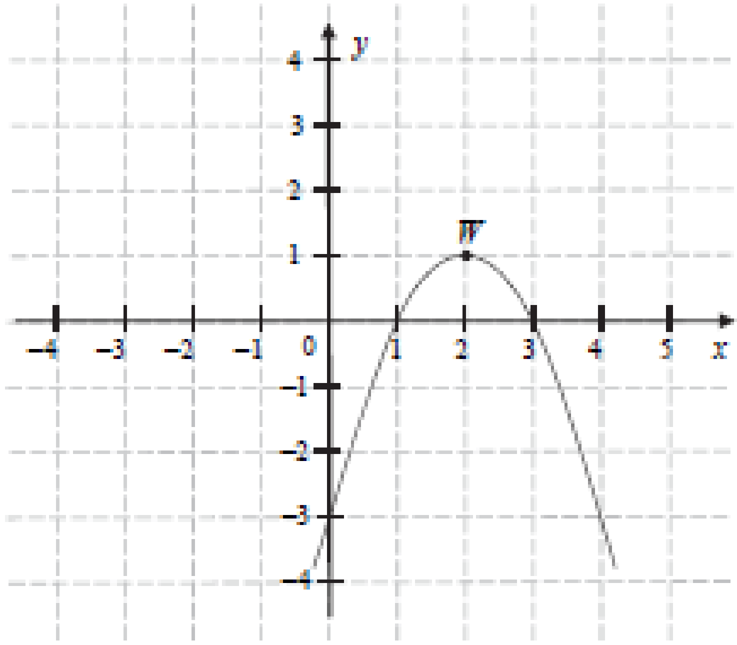
Zadanie 34. (0–2)

Funkcja kwadratowa $f(x) = x^2 + bx + c$ nie ma miejsc zerowych. Wykaż, że $1 + c > b$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Informacja do zadań 7.–9.

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x)=a(x-1)(x-3)$. Na rysunku przedstawiono fragment paraboli będącej wykresem tej funkcji. Wierzchołkiem tej paraboli jest punkt $W=(2,1)$.



Zadanie 7. (0–1)

Współczynnik a we wzorze funkcji f jest równy

A. 1 **B.** 2 **C.** –2 **D.** –1

Zadanie 8. (0–1)

Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle 1,4\rangle$ jest równa

A. –3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Zadanie 9. (0–1)

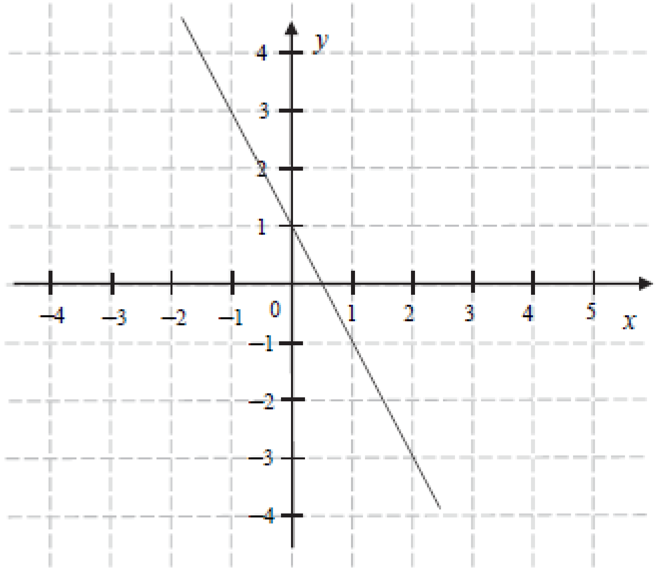
Osią symetrii paraboli będącej wykresem funkcji f jest prosta o równaniu

A. $x=1$ **B.** $x=2$ **C.** $y=1$ **D.** $y=2$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono fragment wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x) = ax +$



Współczynniki a oraz b we wzorze funkcji f spełniają zależność

A. $a+b>0$ **B.** $a+b=0$ **C.** $a \cdot b>0$ **D.** $a \cdot b<0$

Zadanie 12. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 4^{-x}+1$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Liczba $f\left(\frac{1}{2}\right)$ jest równa

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** 3 **D.** 17

Zadanie 16. (0–1)

Punkt $A=\left(\frac{1}{3}, -1\right)$ należy do wykresu funkcji liniowej f określonej wzorem $f(x)=3x+b$. Wynika stąd, że

A. $b=2$ **B.** $b=1$ **C.** $b=-1$ **D.** $b=-2$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

5. Ciągi

Zadanie 13. (0–1)
Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnica tego ciągu jest równa 2. Wtedy

A. $a_{24} - a_6 = 18$ **B.** $a_{24} - a_6 = 20$ **C.** $a_{24} - a_6 = 36$ **D.** $a_{24} - a_6 = 38$

Zadanie 14. (0–1)
Suma wszystkich liczb całkowitych dodatnich parzystych i jednocześnie mniejszych od 1001 jest równa

A. $\frac{2+998}{2} \cdot 499$ **B.** $\frac{2+1000}{2} \cdot 500$ **C.** $\frac{2+1001}{2} \cdot 500$ **D.** $\frac{1+1001}{2} \cdot 1001$

Zadanie 15. (0–1)
Trójwyrazowy ciąg $(2, x, 18)$ jest rosnącym ciągiem geometrycznym. Wtedy

A. $x = 16$ **B.** $x = 10$ **C.** $x = 6$ **D.** $x = 9$

Zadanie 35. (0–5)
Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = \frac{5-3n}{7}$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trójwyrazowy ciąg $(a_4, x^2 + 2, a_{11})$, gdzie x jest liczbą rzeczywistą, jest geometryczny. Oblicz x oraz iloraz tego ciągu geometrycznego.

Zadanie 14. (0–1)
Ciąg geometryczny (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest rosnący i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Ponadto spełniony jest warunek $a_3 = a_1 \cdot a_2$. Niech q oznacza iloraz ciągu (a_n). Wtedy

A. $a_1 = \frac{1}{q}$ B. $a_1 = q$ C. $a_1 = q^2$ D. $a_1 = q^3$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n), określony dla wszystkich liczb naturalnych $n \geq 1$. Suma dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $20a_{21} + 62$. Oblicz różnicę ciągu (a_n).

Zadanie 13. (0–1)

Trzywyrazowy ciąg $\left(15,\ 3x,\ \frac{5}{3}\right)$ jest geometryczny i wszystkie jego wyrazy są dodatnie. Stąd wynika, że

A. $x = \frac{3}{5}$ **B.** $x = \frac{4}{5}$ **C.** $x = 1$ **D.** $x = \frac{5}{3}$

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (b_n) jest określony wzorem $b_n = 3n^2 - 25n$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Liczba <u>niedodatnich</u> wyrazów ciągu (b_n) jest równa

A. 14 **B.** 13 **C.** 9 **D.** 8

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Trzeci i piąty wyraz ciągu spełniają warunek $a_3 + a_5 = 58$. Wtedy czwarty wyraz tego ciągu jest równy

A. 28 **B.** 29 **C.** 33 **D.** 40

Zadanie 11. (0–1)

Ciąg (x, y, z) jest geometryczny. Iloczyn wszystkich wyrazów tego ciągu jest równy 64. Stąd wynika, że y jest równe

A. $3 \cdot 64$ **B.** $\frac{64}{3}$ **C.** 4 **D.** 3

Zadanie 12. (0–1)

Ciąg (a_n), określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, jest arytmetyczny. Różnica tego ciągu jest równa 5, a pierwszy wyraz tego ciągu jest równy (-3). Wtedy iloraz $\frac{a_4}{a_2}$ jest równy

A. $\frac{5}{3}$ **B.** 2 **C.** 6 **D.** 25

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 14. (0–1)

Ciągi (a_n), (b_n) oraz (c_n) są określone dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ następująco:

- $a_n = 6n^2 - n^3$
- $b_n = 2n + 13$
- $c_n = 2^n$

Wskaż zdanie prawdziwe.

A. Ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

B. Ciąg (b_n) jest arytmetyczny.

C. Ciąg (c_n) jest arytmetyczny.

D. Wśród ciągów (a_n), (b_n), (c_n) nie ma ciągu arytmetycznego.

Zadanie 15. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = (-2)^n \cdot n + 1$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wtedy trzeci wyraz tego ciągu jest równy

A. -24 B. -17 C. -32 D. -23

Zadanie 35. (0–5)

Rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa 10. Wyrazy a_3, a_5, a_{13} tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n).

Zadanie 14. (0–1)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2$ dla $n \geq 1$. Różnica $a_5 - a_4$ jest równa

A. 4 **B.** 20 **C.** 36 **D.** 18

Zadanie 15. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n), określonym dla $n \geq 1$, czwarty wyraz jest równy 3, a różnica tego ciągu jest równa 5. Suma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ jest równa

A. -42 **B.** -36 **C.** -18 **D.** 6

Zadanie 33. (0–4)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n), określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\left\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \right\rangle$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

6. Trygonometria

Zadanie 16. (0–1)

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha = \frac{7}{25}$. Wynika stąd, że

A. $\cos\alpha = \frac{576}{625}$ **B.** $\cos\alpha = \frac{24}{25}$ **C.** $\cos\alpha = -\sqrt{\frac{24}{25}}$ **D.** $\cos\alpha = \frac{18}{25}$

Zadanie 15. (0–1)

Kąt o mierze α jest ostry i $\mathrm{tg}\,\alpha = \sqrt{5}$. Wtedy

A. $\cos^2\alpha = \frac{1}{6}$ B. $\cos^2\alpha = \frac{1}{5}$ C. $\cos^2\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\cos^2\alpha = \frac{5}{6}$

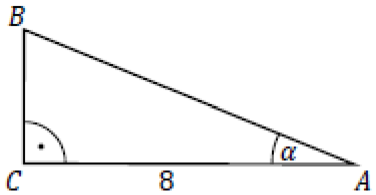
Zadanie 16. (0–1)

Dla każdego kąta ostrego α iloczyn $\frac{\cos\alpha}{1-\sin^2\alpha} \cdot \frac{1-\cos^2\alpha}{\sin\alpha}$ jest równy

A. $\sin\alpha$ B. $\mathrm{tg}\,\alpha$ C. $\cos\alpha$ D. $\sin^2\alpha$

Zadanie 18. (0–1)

Przyprostokątna AC trójkąta prostokątnego ABC ma długość 8 oraz $\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{2}{5}$ (zobacz rysunek).



Pole tego trójkąta jest równe

A. 12 B. $\frac{37}{3}$ C. $\frac{62}{5}$ D. $\frac{64}{5}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 19. (0–1)

Kąt α jest ostry oraz $\sin\alpha = \frac{4}{5}$. Wtedy

A. $\cos\alpha = \frac{1}{5}$ B. $\cos\alpha = -\frac{1}{5}$ C. $\cos\alpha = -\frac{3}{5}$ D. $\cos\alpha = \frac{3}{5}$

Zadanie 20. (0–1)

Dane są punkty $M = (6,0)$, $N = (6,8)$ oraz $O = (0,0)$. Tangens kąta ostrego MON jest równy

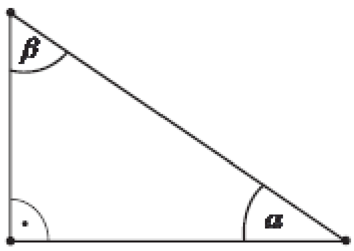
A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{6}{10}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{8}{10}$

Zadanie 32. (0–2)

Kąt α jest ostry i $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{7}{5}$. Oblicz wartość wyrażenia $2\sin\alpha\cos\alpha$.

Zadanie 19. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny o kątach ostrych α i β (zobacz rysunek).



Wyrażenie $2\cos\alpha - \sin\beta$ jest równe

A. $2\sin\beta$ B. $\cos\alpha$ C. 0 D. 2

Zadanie 31. (0–2)

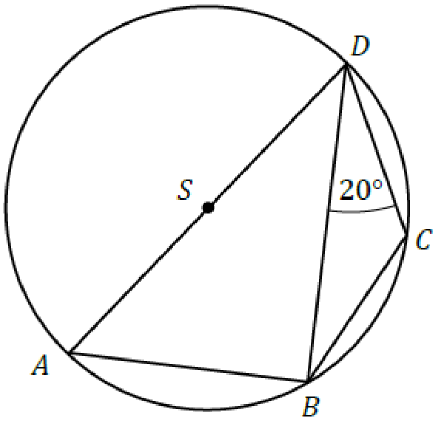
Kąt α jest ostry i spełnia warunek $\frac{2\sin\alpha + 3\cos\alpha}{\cos\alpha} = 4$. Oblicz tangens kąta α.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

7. Planimetria

Zadanie 17. (0–1)

Czworokąt $ABCD$ jest wpisany w okrąg o środku S. Bok AD jest średnicą tego okręgu, a miara kąta BDC jest równa $20°$ (zobacz rysunek).

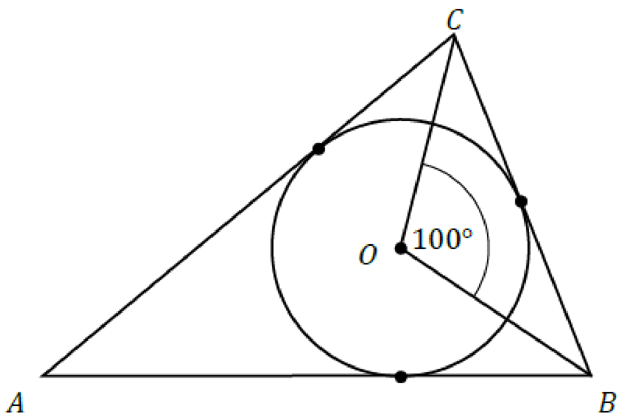


Wtedy miara kąta BSC jest równa

A. $10°$ **B.** $20°$ **C.** $30°$ **D.** $40°$

Zadanie 18. (0–1)

Okrąg o środku w punkcie O jest wpisany w trójkąt ABC. Wiadomo, że $|AB| = |AC|$ i $|\measuredangle BOC| = 100°$ (zobacz rysunek).



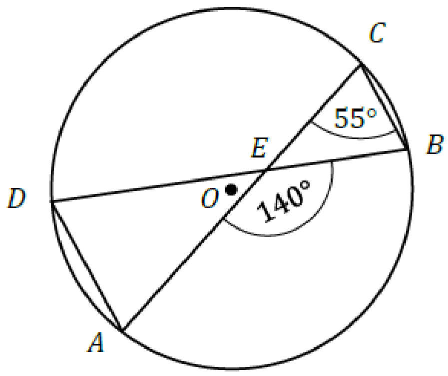
Miara kąta BAC jest równa

A. $20°$ **B.** $30°$ **C.** $40°$ **D.** $50°$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 19. (0–1)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku w punkcie O. Cięciwy DB i AC przecinają się w punkcie E, $|\sphericalangle ACB| = 55^\circ$ oraz $|\sphericalangle AEB| = 140^\circ$ (zobacz rysunek).

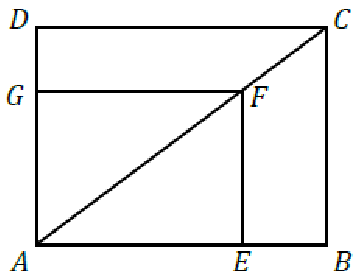


Miara kąta DAC jest równa

A. 45° **B.** 55° **C.** 70° **D.** 85°

Zadanie 20. (0–1)

Przekątna AC prostokąta $ABCD$ ma długość 70. Na boku AB obrano punkt E, na przekątnej AC obrano punkt F, a na boku AD obrano punkt G – tak, że czworokąt $AEFG$ jest prostokątem (zobacz rysunek). Ponadto $|EF| = 30$ i $|GF| = 40$.



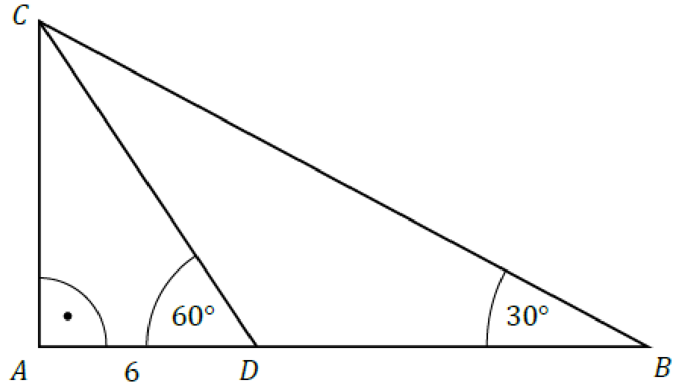
Obwód prostokąta $ABCD$ jest równy

A. 158 **B.** 196 **C.** 336 **D.** 490

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

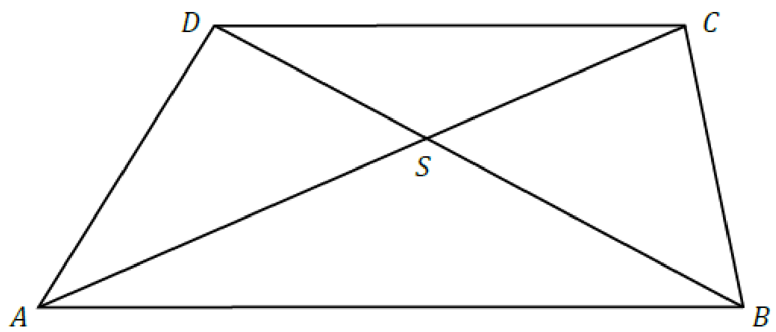
Zadanie 32. (0–2)

W trójkącie ABC kąt przy wierzchołku A jest prosty, a kąt przy wierzchołku B ma miarę $30°$. Na boku AB tego trójkąta obrano punkt D tak, że miara kąta CDA jest równa $60°$ oraz $|AD| = 6$ (zobacz rysunek). Oblicz $|BD|$.



Zadanie 33. (0–2)

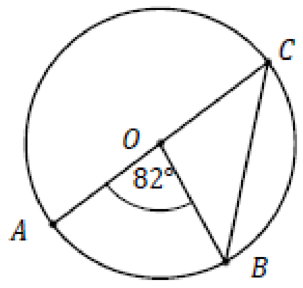
Dany jest trapez $ABCD$ o podstawach AB i CD. Przekątne AC i BD tego trapezu przecinają się w punkcie S (zobacz rysunek) tak, że $\frac{|AS|}{|SC|} = \frac{3}{2}$. Pole trójkąta ABS jest równe 12. Oblicz pole trójkąta CDS.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 16. (0–1)

Na okręgu o środku w punkcie O leżą punkty A, B oraz C. Odcinek AC jest średnicą tego okręgu, a kąt środkowy AOB ma miarę $82°$ (zobacz rysunek).



Miara kąta OBC jest równa

A. 41° **B.** 45° **C.** 49° **D.** 51°

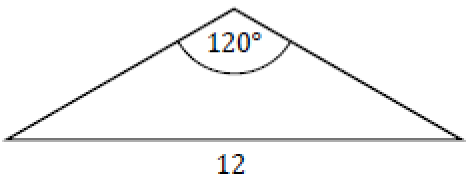
Zadanie 19. (0–1)

Jeden z boków równoległoboku ma długość równą 5. Przekątne tego równoległoboku mogą mieć długości

A. 4 i 6 **B.** 4 i 3 **C.** 10 i 10 **D.** 5 i 5

Zadanie 20. (0–1)

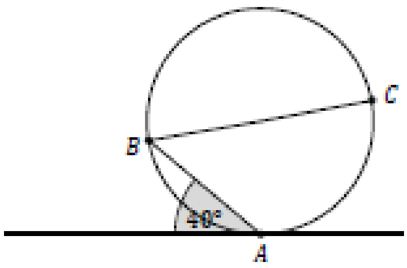
W pewnym trójkącie równoramiennym największy kąt ma miarę $120°$, a najdłuższy bok ma długość 12 (zobacz rysunek).



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 17. (0–1)

Dane są okrąg i prosta styczna do tego okręgu w punkcie A. Punkty B i C są położone na okręgu tak, że BC jest jego średnicą. Cięciwa AB tworzy ze styczną kąt o mierze $40°$ (zobacz rysunek).

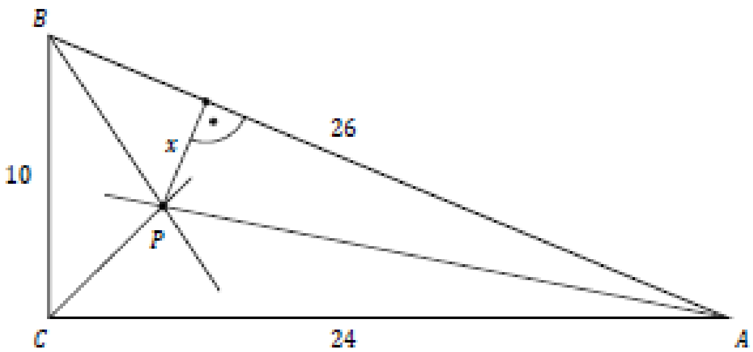


Miara kąta ABC jest równa

A. $20°$ B. $40°$ C. $45°$ D. $50°$

Zadanie 18. (0–1)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC o bokach $|AC| = 24$, $|BC| = 10$, $|AB| = 26$. Dwusieczne kątów tego trójkąta przecinają się w punkcie P (zobacz rysunek).



Odległość x punktu P od przeciwprostokątnej AB jest równa

A. 2 B. 4 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{13}{3}$

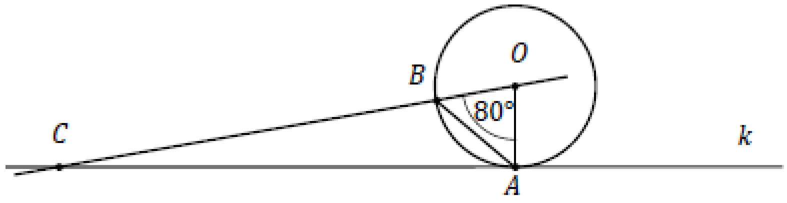
Zadanie 32. (0–2)

Dany jest trapez o podstawach długości a oraz b i wysokości h. Każdą z podstaw tego trapezu wydłużono o 25%, a wysokość skrócono tak, że powstał nowy trapez o takim samym polu. Oblicz, o ile procent skrócono wysokość h trapezu.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 17. (0–1)

Prosta k jest styczna w punkcie A do okręgu o środku O. Punkt B leży na tym okręgu i miara kąta AOB jest równa $80°$. Przez punkty O i B poprowadzono prostą, która przecina prostą k w punkcie C (zobacz rysunek).



Miara kąta BAC jest równa

A. $10°$ B. $30°$ C. $40°$ D. $50°$

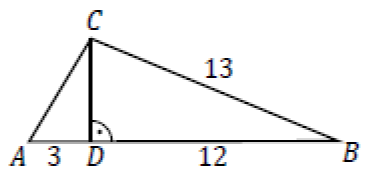
Zadanie 19. (0–1)

Pole pewnego trójkąta równobocznego jest równe $\frac{4\sqrt{3}}{9}$. Obwód tego trójkąta jest równy

A. 4 B. 2 C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Zadanie 20. (0–1)

W trójkącie ABC bok BC ma długość 13, a wysokość CD tego trójkąta dzieli bok AB na odcinki o długościach $|AD| = 3$ i $|BD| = 12$ (zobacz rysunek obok). Długość boku AC jest równa

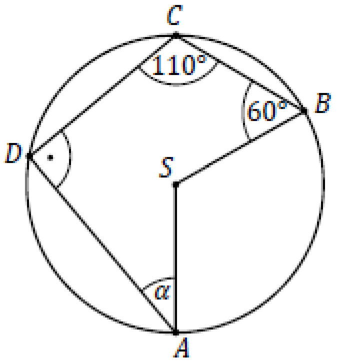


A. $\sqrt{34}$ B. $\frac{13}{4}$ C. $2\sqrt{14}$ D. $3\sqrt{45}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 21. (0–1)

Punkty A, B, C i D leżą na okręgu o środku S. Miary kątów SBC, BCD, CDA są równe odpowiednio: $|\sphericalangle SBC| = 60°$, $|\sphericalangle BCD| = 110°$, $|\sphericalangle CDA| = 90°$ (zobacz rysunek).

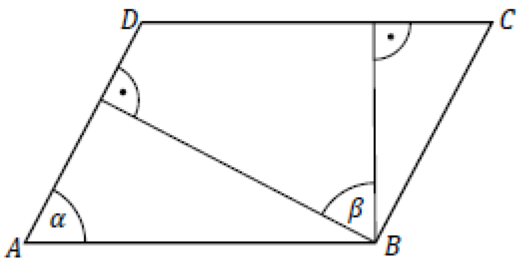


Wynika stąd, że miara α kąta DAS jest równa

A. 25° **B.** 30° **C.** 35° **D.** 40°

Zadanie 22. (0–1)

W równoległoboku $ABCD$, przedstawionym na rysunku, kąt α ma miarę $70°$.



Wtedy kąt β ma miarę

A. 80° **B.** 70° **C.** 60° **D.** 50°

Zadanie 23. (0–1)

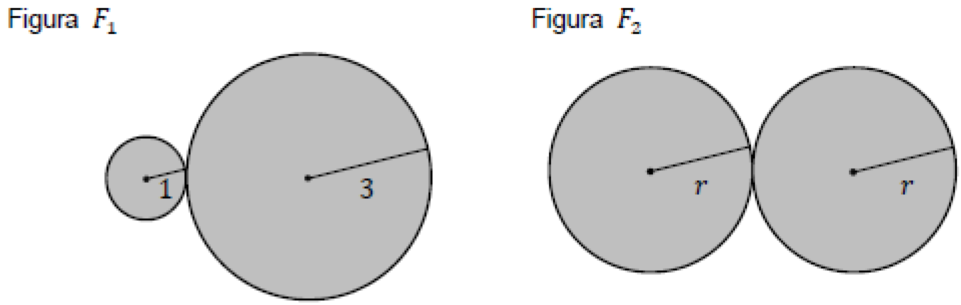
W każdym n–kącie wypukłym $(n \geq 3)$ liczba przekątnych jest równa $\frac{n(n-3)}{2}$. Wielokątem wypukłym, w którym liczba przekątnych jest o 25 większa od liczby boków, jest

A. siedmiokąt. **B.** dziesięciokąt. **C.** dwunastokąt. **D.** piętnastokąt.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 24. (0–1)

Pole figury F_1 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach 1 i 3 jest równe polu figury F_2 złożonej z dwóch stycznych zewnętrznie kół o promieniach długości r (zobacz rysunek).



Długość r promienia jest równa

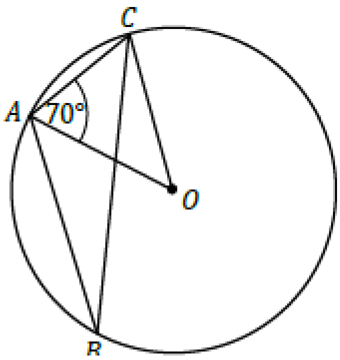
A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 3

Zadanie 33. (0–2)

Trójkąt równoboczny ABC ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku BC przecina boki AB i AC – odpowiednio – w punktach K i L. Trójkąty ABC i AKL są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $\frac{3}{2}$. Oblicz długość boku trójkąta AKL.

Zadanie 13. (0–1)

Trójkąt ABC jest wpisany w okrąg o środku O. Miara kąta CAO jest równa $70°$ (zobacz rysunek). Wtedy miara kąta ABC jest równa



A. $20°$

B. $25°$

C. $30°$

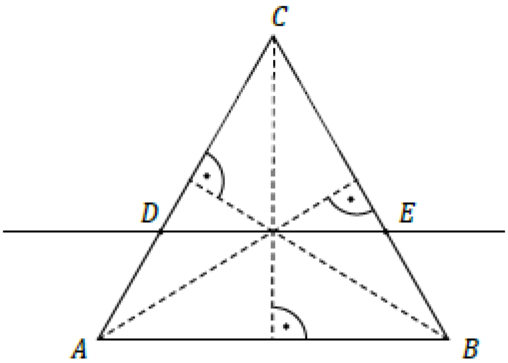
D. $35°$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 16. (0–1)
W romb o boku $2\sqrt{3}$ i kącie $60°$ wpisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy

A. 3 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{2}$

Zadanie 17. (0–1)
Przez punkt przecięcia wysokości trójkąta równobocznego ABC poprowadzono prostą DE równoległą do podstawy AB (zobacz rysunek).



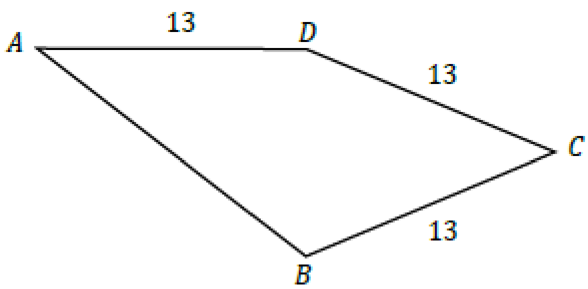
Stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta CDE jest równy

A. 9 : 4 B. 4 : 1 C. 4 : 9 D. 3 : 2

Zadanie 23. (0–1)
W trapezie równoramiennym $ABCD$ podstawy AB i CD mają długości równe odpowiednio a i b (przy czym $a > b$). Miara kąta ostrego trapezu jest równa $30°$. Wtedy wysokość tego trapezu jest równa

A. $\frac{a-b}{2} \cdot \sqrt{3}$ B. $\frac{a-b}{6} \cdot \sqrt{3}$ C. $\frac{a+b}{2}$ D. $\frac{a+b}{4}$

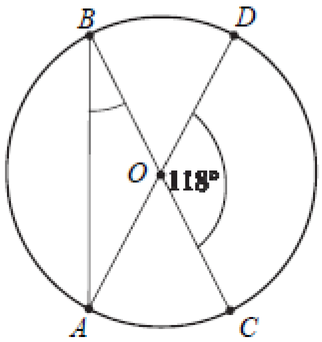
Zadanie 33. (0–2)
Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = |CD| = |AD| = 13$ (zobacz rysunek). Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10 i jest prostopadła do boku AD. Oblicz pole czworokąta $ABCD$.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 17. (0–1)

Punkty A, B, C, D leżą na okręgu o środku w punkcie O. Kąt środkowy DOC ma miarę $118°$ (zobacz rysunek).

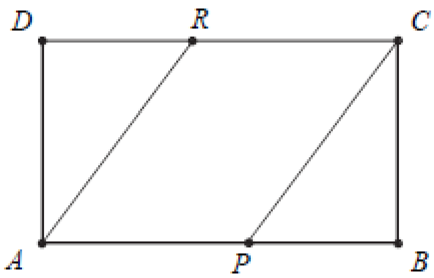


Miara kąta ABC jest równa

A. $59°$ **B.** $48°$ **C.** $62°$ **D.** $31°$

Zadanie 22. (0–1)

Pole prostokąta $ABCD$ jest równe 90. Na bokach AB i CD wybrano – odpowiednio – punkty P i R, takie, że $\frac{|AP|}{|PB|} = \frac{|CR|}{|RD|} = \frac{3}{2}$ (zobacz rysunek).



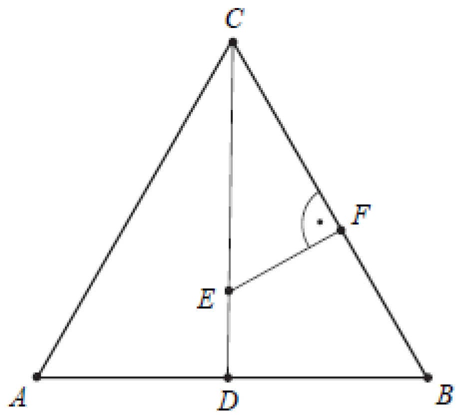
Pole czworokąta $APCR$ jest równe

A. 36 **B.** 40 **C.** 54 **D.** 60

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 29. (0–2)

Trójkąt ABC jest równoboczny. Punkt E leży na wysokości CD tego trójkąta oraz $|CE| = \frac{3}{4}|CD|$.
Punkt F leży na boku BC i odcinek EF jest prostopadły do BC (zobacz rysunek).



Wykaż, że $|CF| = \frac{9}{16}|CB|$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej

Zadanie 21. (0–1)

W układzie współrzędnych dane są dwa punkty $A=(1,-2)$ oraz $B=(3,1)$. Współczynnik kierunkowy prostej AB jest równy

A. $\left(-\frac{3}{2}\right)$ **B.** $\left(-\frac{2}{3}\right)$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Zadanie 22. (0–1)

Prosta k ma równanie $y=-\frac{4}{7}x+24$. Współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej k jest równy

A. $\frac{7}{4}$ **B.** $\left(-\frac{7}{4}\right)$ **C.** $\left(-\frac{4}{7}\right)$ **D.** $\frac{4}{7}$

Zadanie 23. (0–1)

Punkty $A=(3,7)$ i $C=(-4,6)$ są końcami przekątnej kwadratu $ABCD$. Promień okręgu opisanego na tym kwadracie jest równy

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $\frac{5}{2}$ **C.** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ **D.** 5

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 21. (0–1)

Prosta przechodząca przez punkty $(-4,-1)$ oraz $(5,5)$ ma równanie

A. $y=x+3$ **B.** $y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$ **C.** $y=x-3$ **D.** $y=\frac{2}{3}x+\frac{11}{3}$

Zadanie 22. (0–1)

Proste o równaniach $y=-\frac{1}{m-2}x-1$ i $y=\frac{1}{3}x+1$ są równoległe. Wynika stąd, że

A. $m=\frac{5}{3}$ **B.** $m=-1$ **C.** $m=\frac{7}{3}$ **D.** $m=5$

Zadanie 23. (0–1)

W prostokącie $ABCD$ dane są wierzchołki $C=(-3,1)$ oraz $D=(2,1)$. Bok AD ma długość 6. Pole tego prostokąta jest równe

A. $6\sqrt{29}$ **B.** $12\sqrt{2}$ **C.** 24 **D.** 30

Zadanie 24. (0–1)

Obrazem prostej o równaniu $x-2y+3=0$ w symetrii osiowej względem osi Oy jest prosta o równaniu

A. $-x+2y+3=0$
B. $-x+2y-3=0$
C. $x+2y-3=0$
D. $x+2y+3=0$

Zadanie 33. (0–2)

W trójkącie ABC boki BC i AC są równej długości. Prosta k jest prostopadła do podstawy AB tego trójkąta i przecina boki AB oraz BC w punktach – odpowiednio – D i E. Pole czworokąta $ADEC$ jest 17 razy większe od pola trójkąta BED. Oblicz $\frac{|CE|}{|EB|}$.

Zadanie 35. (0–5)

Podstawa AB trójkąta równoramiennego ABC jest zawarta w prostej o równaniu $y=-2x+16$. Wierzchołki B i C mają współrzędne $B=(3,10)$ i $C=(-2,3)$. Oblicz współrzędne wierzchołka A i pole trójkąta ABC.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 25. (0–1)

Punkt $A = (3, -5)$ jest wierzchołkiem kwadratu $ABCD$, a punkt $M = (1, 3)$ jest punktem przecięcia się przekątnych tego kwadratu. Wynika stąd, że pole kwadratu $ABCD$ jest równe

A. 68 **B.** 136 **C.** $2\sqrt{34}$ **D.** $8\sqrt{34}$

Zadanie 35. (0–5)

Punkty $A = (-20, 12)$ i $B = (7, 3)$ są wierzchołkami trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AC| = |BC|$. Wierzchołek C leży na osi Oy układu współrzędnych. Oblicz współrzędne wierzchołka C oraz obwód tego trójkąta.

Zadanie 18. (0–1)

Końcami odcinka PR są punkty $P = (4, 7)$ i $R = (-2, -3)$. Odległość punktu $T = (3, -1)$ od środka odcinka PR jest równa

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\sqrt{13}$ **C.** $\sqrt{17}$ **D.** $6\sqrt{2}$

Zadanie 22. (0–1)

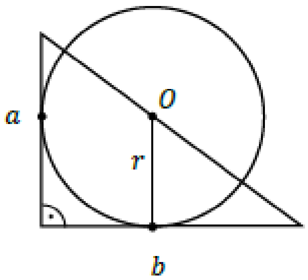
Dany jest trapez $ABCD$, w którym boki AB i CD są równoległe oraz $C = (3, 5)$. Wierzchołki A i B tego trapezu leżą na prostej o równaniu $y = 5x + 3$. Wtedy bok CD tego trapezu zawiera się w prostej o równaniu

A. $y = 3x + 5$ **B.** $y = -\frac{1}{5}x + 3$ **C.** $y = 5x - 10$ **D.** $y = -\frac{1}{5}x + \frac{28}{5}$

Zadanie 31. (0–2)

Dany jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości a i b. Punkt O leży na przeciwprostokątnej tego trójkąta i jest środkiem okręgu stycznego do przyprostokątnych tego trójkąta (zobacz rysunek).

Wykaż, że promień r tego okręgu jest równy $\frac{ab}{a+b}$.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 13. (0–1)

Proste o równaniach $y=(m-2)x$ oraz $y=\frac{3}{4}x+7$ są równoległe. Wtedy

A. $m=-\frac{5}{4}$ **B.** $m=\frac{2}{3}$ **C.** $m=\frac{11}{4}$ **D.** $m=\frac{10}{3}$

Zadanie 20. (0–1)

Punkt B jest obrazem punktu $A=(-3,5)$ w symetrii względem początku układu współrzędnych. Długość odcinka AB jest równa

A. $2\sqrt{34}$ **B.** 8 **C.** $\sqrt{34}$ **D.** 12

Zadanie 32. (0–4)

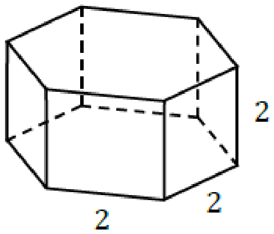
Dany jest kwadrat $ABCD$, w którym $A=\left(5,-\frac{5}{3}\right)$. Przekątna BD tego kwadratu jest zawarta w prostej o równaniu $y=\frac{4}{3}x$. Oblicz współrzędne punktu przecięcia przekątnych AC i BD oraz pole kwadratu $ABCD$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

9. Stereometria

Zadanie 24. (0–1)

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 2 (zobacz rysunek).



Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe

A. $24+2\sqrt{3}$ **B.** $24+6\sqrt{3}$ **C.** $24+12\sqrt{3}$ **D.** $24+24\sqrt{3}$

Zadanie 25. (0–1)

Przekątna sześcianu jest równa 6. Wynika stąd, że objętość tego sześcianu jest równa

A. $24\sqrt{3}$ **B.** 72 **C.** $54\sqrt{2}$ **D.** $648\sqrt{3}$

Zadanie 25. (0–1)

Graniastosłup prawidłowy ma 36 krawędzi. Długość każdej z tych krawędzi jest równa 4. Pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa jest równe

A. 176 B. 192 C. 224 D. 288

Zadanie 26. (0–1)

Wysokość ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego sześciokątnego jest 2 razy dłuższa od krawędzi jego podstawy. Stosunek pola powierzchni bocznej tego ostrosłupa do pola jego podstawy jest równy

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. 1 D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Zadanie 24. (0–1)

Przekątna sześcianu ma długość $5\sqrt{3}$. Wtedy objętość tego sześcianu jest równa

A. 125 B. 75 C. $375\sqrt{3}$ D. $125\sqrt{3}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 25. (0–1)

Ostrosłupy prawidłowe trójkątne O_1 i O_2 mają takie same wysokości. Długość krawędzi podstawy ostrosłupa O_1 jest trzy razy dłuższa od długości krawędzi podstawy ostrosłupa O_2. Stosunek objętości ostrosłupa O_1 do objętości ostrosłupa O_2 jest równy

A. 3 : 1 **B.** 1 : 3 **C.** 9 : 1 **D.** 1 : 9

Zadanie 24. (0–1)

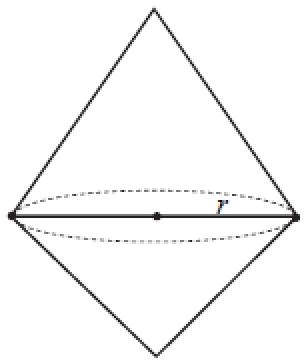
Przekątna sześcianu ma długość $4\sqrt{3}$. Pole powierzchni tego sześcianu jest równe

A. 96 **B.** $24\sqrt{3}$ **C.** 192 **D.** $16\sqrt{3}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 25. (0–1)

Dwa stożki o takich samych podstawach połączono podstawami w taki sposób jak na rysunku. Stosunek wysokości tych stożków jest równy $3:2$. Objętość stożka o krótszej wysokości jest równa 12 cm^3.

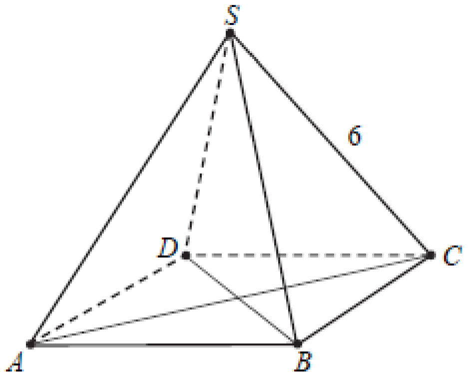


Objętość bryły utworzonej z połączonych stożków jest równa

A. 20 cm^3 **B.** 30 cm^3 **C.** 39 cm^3 **D.** $52,5 \text{ cm}^3$

Zadanie 34. (0–5)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny *ABCDS*, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka

Zadanie 26. (0–1)

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych jest

A. $9 \cdot 2 \cdot 10^3$ **B.** $9 \cdot 5 \cdot 10^3$ **C.** $5 \cdot 10^4$ **D.** $4 \cdot 10^5$

Zadanie 27. (0–1)

W pudełku znajdują się tylko kule białe i kule czerwone. Stosunek liczby kul białych do liczby kul czerwonych jest równy $3 : 4$. Wylosowanie każdej kuli z tego pudełka jest jednakowo prawdopodobne. Losujemy jedną kulę. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że wylosowana z pudełka kula będzie biała. Prawdopodobieństwo zdarzenia A jest równe

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{3}{7}$ **D.** $\frac{3}{4}$

Zadanie 28. (0–1)

Średnia arytmetyczna pięciu liczb: $5x + 6$, $6x + 7$, $7x + 8$, $8x + 9$, $9x + 10$, jest równa 8. Wtedy x jest równe

A. (-35) **B.** 0 **C.** $0{,}35$ **D.** 35

11.

Zadanie 34. (0–2)

Doświadczenie losowe polega na dwukrotnym rzucie symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego do sześciu oczek. Niech A oznacza zdarzenie polegające na tym, że iloczyn liczb oczek wyrzuconych w dwóch rzutach jest równy 12. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 27. (0–1)
W pudełku znajdują się płytki z literami. Na każdej płytce jest wydrukowana jedna litera – spółgłoskowa albo samogłoskowa. Płytek z literami spółgłoskowymi jest o 25% więcej niż płytek z literami samogłoskowymi. Losujemy jedną płytkę. Prawdopodobieństwo wylosowania płytki z literą samogłoskową jest równe

A. $0{,}75$ **B.** $0{,}25$ **C.** $\frac{4}{9}$ **D.** $\frac{5}{9}$

Zadanie 28. (0–1)
Średnia arytmetyczna czterech liczb dodatnich: $2, 3x, 3x+2, 3x+4$ jest równa $\frac{13}{2}$. Wynika stąd, że

A. $x = 9$ **B.** $x = \frac{13}{2}$ **C.** $x = \frac{5}{9}$ **D.** $x = 2$

Zadanie 34. (0–2)
Ze zbioru wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych, których cyfra dziesiątek należy do zbioru $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, a cyfra jedności należy do zbioru $\{0, 1, 2, 3, 4\}$, losujemy jedną liczbę. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosujemy liczbę dwucyfrową, która jest podzielna przez 4.

Zadanie 26. (0–1)
Z wierzchołków sześcianu $ABCDEFGH$ losujemy jednocześnie dwa różne wierzchołki. Prawdopodobieństwo tego, że wierzchołki te będą końcami przekątnej sześcianu $ABCDEFGH$, jest równe

A. $\frac{1}{7}$ **B.** $\frac{4}{7}$ **C.** $\frac{1}{14}$ **D.** $\frac{3}{7}$

Zadanie 27. (0–1)
Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, większych od 700, w których każda cyfra należy do zbioru $\{1, 2, 3, 7, 8, 9\}$ i żadna cyfra się nie powtarza, jest

A. 108 **B.** 60 **C.** 40 **D.** 299

Zadanie 28. (0–1)
Sześciowyrazowy ciąg liczbowy $(1, 2, 2x, x+2, 5, 6)$ jest niemalejący. Mediana wyrazów tego ciągu jest równa 4. Wynika stąd, że

A. $x = 1$ **B.** $x = \frac{3}{2}$ **C.** $x = 2$ **D.** $x = \frac{8}{3}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 34. (0–2)
Gracz rzuca dwukrotnie symetryczną sześcienną kostką do gry i oblicza sumę liczb wyrzuconych oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że suma liczb wyrzuconych oczek jest równa 4 lub 5, lub 6.

Zadanie 26. (0–1)
Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych parzystych, w których cyfra 7 występuje dokładnie jeden raz, jest

A. 85 **B.** 90 **C.** 100 **D.** 150

Zadanie 27. (0–1)
Ze zbioru liczb naturalnych dwucyfrowych losujemy jedną liczbę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba jest podzielna przez 5, jest równe

A. $\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{5}{100}$ **C.** $\frac{5}{90}$ **D.** $\frac{18}{90}$

Zadanie 28. (0–1)
Liczba x jest dodatnia. Mediana zestawu czterech liczb: $1+x$, $1+2x$, $4+3x$, 1, jest równa 10. Wtedy

A. $x=6$ **B.** $x=5{,}5$ **C.** $x=2{,}5$ **D.** $x=1$

Zadanie 21. (0–1)
Ile jest wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych utworzonych z cyfr: 1, 3, 5, 7, 9, w których cyfry się nie powtarzają?

A. 10 **B.** 15 **C.** 20 **D.** 25

Zadanie 23. (0–1)
Cztery liczby: 2, 3, a, 8, tworzące zestaw danych, są uporządkowane rosnąco. Mediana tego zestawu czterech danych jest równa medianie zestawu pięciu danych: 5, 3, 6, 8, 2. Zatem

A. $a=7$ **B.** $a=6$ **C.** $a=5$ **D.** $a=4$

Zadanie 30. (0–2)
Rzucamy dwa razy symetryczną sześcienną kostką do gry, która na każdej ściance ma inną liczbę oczek – od jednego oczka do sześciu oczek. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A polegającego na tym, że co najmniej jeden raz wypadnie ścianka z pięcioma oczkami.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020