Fundusze Europejskie
Program Regionalny

SAMORZĄD WOJEWÓDZTWA WIELKOPOLSKIEGO

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

Zajęcia dodatkowe dla uczniów

Szkoły Podstawowej nr 3 im. Adama Mickiewicza w Szamotułach

Tytuł zajęć

„Matematyczna wyobraźnia”- zajęcia wyrównawcze

Autor/Autorzy opracowania
Iwona Błoch
……………………………

Niniejszy skrypt/scenariusz powstał na potrzeby realizacji Projektu nr RPWP.08.01.04-30-0005/19 pn.: *„ENIGMA – Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań*”

Poznań 2022

PROGRAM ZAJĘĆ

L.p	Tematy zajęć	Liczba godzin
1.	Działania pisemne na liczbach naturalnych	1
2.	Rozwiązywanie zadań tekstowych z wykorzystaniem działań na liczbach naturalnych	1
3.	Ułamki dziesiętne	1
4.	Ułamki zwykłe	2
5.	Ułamki zwykłe i dziesiętne	1
6.	Czworokąty	2
7.	Kąty w trójkątach,	1
8.	Kąty w czworokątach.	2
9.	Kąty.	2
10.	Obwody czworokątów	1
11.	Pole prostokąta	1
12.	Pole kwadratu	1
13.	Pole trójkąta	1
14.	Pole równoległoboku	1
15.	Pole rombu	1
16.	Pole trapezu	1
17.	Odczytywanie informacji	1
18.	Diagramy	1
19.	Diagramy procentowe	1
20.	Porównywanie liczb.	1
21.	Dodawanie i odejmowanie.Mnożenie i dzielenie	2
23.	Zapisywanie wyrażeń algebraicznych	2
24.	Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych	2
	Razem	30

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

1. Ułamki zwykłe.

Z ułamkami spotykamy się na co dzień, już od najmłodszych lat – bawiąc się klockami, układając puzzle, jedząc tort lub pizzę. Kiedy jednak ułamki wkraczają do szkolnego podręcznika, często sprawiają nam problemy. Podpowiadamy, jak sobie z nimi poradzić i jak je zrozumieć. Oczywiście na luzie!

Ułamki zwykłe – definicja

Czym jest ułamek zwykły? Aby to zrozumieć, przyjrzyj się słowu *ułamek*, pochodzącemu od słowa *ułamywać*, czyli odłączać określoną część od całości. Co możesz ułamać? Na przykład kawałek czekolady. Kiedy to zrobisz, rozdzielisz całość, jaką stanowiła tabliczka i uzyskasz dwa ułamki.

Jeżeli nie przepadasz za słodyczami, w analogiczny sposób możesz pomyśleć o pizzy podzielonej na kawałki. Jeżeli zjesz ich kilka, na stole pozostanie ułamek całości, np. pięć z ośmiu kawałków.
Podsumowując, ułamek to sposób na przedstawienie czegoś niepełnego.

Ułamek zwykły składa się z trzech elementów:

- Kreski ułamkowej – znajduje się pomiędzy liczbami.
- Licznik ułamka – znajduje się nad kreską ułamkową, czyli na górze. Na przedstawionym przykładzie jest to liczba 2.
- Mianownik ułamka – znajduje się pod kreską ułamkową, czyli na dole. Na przedstawionym przykładzie jest to liczba 5.

Ułamki zwykłe dzielą się na właściwe i niewłaściwe.

Ułamki właściwe to takie, których licznik jest mniejszy od mianownika. Zawsze są mniejsze od 1. **Ułamki niewłaściwe** to takie, których licznik jest większy lub równy mianownikowi. W przeciwieństwie do ułamków zwykłych właściwych są one równe lub większe od 1.

Zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy

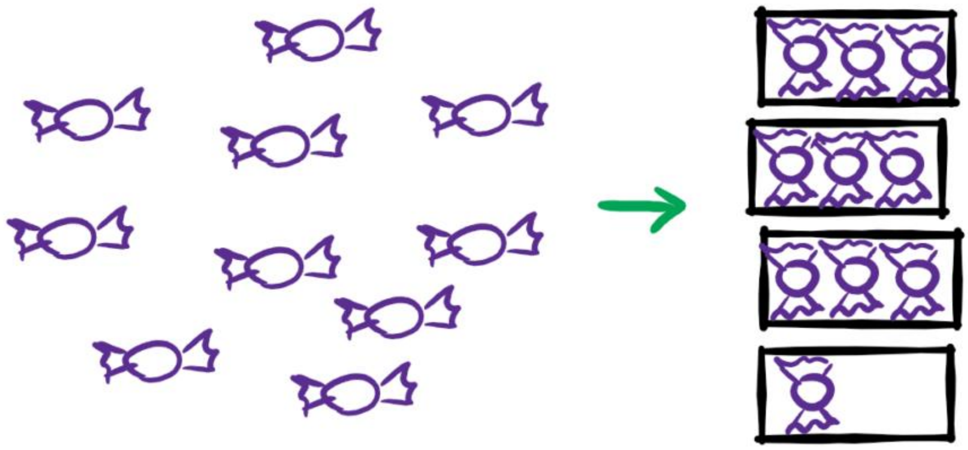
Połączenie liczby (całości) oraz ułamka zwykłego określamy jako **liczbę mieszaną**.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$1\frac{1}{2}$ ← liczba mieszana
pełna liczba z ułamkiem

Zamiana ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną to wkładanie czekoladek do pudełek.

Wyobraź sobie, że masz 10 czekoladek (czyli 10/3 – ułamek niewłaściwy) i 4 pudełka. W każdym mieszczą się 3 czekoladki. Jeżeli rozłożysz czekoladki do pudełek, otrzymasz 3 całości oraz pudełko zapełnione w 1/3, czyli liczbę mieszaną 3 1/3.



$\frac{10}{3} \rightarrow 3\frac{1}{3}$

10 cukierków „luzem" wkładamy do pudełek po 3 → 3 pełne pudełka i 1 cukierek sam

Zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy przebiega odwrotnie i przypomina wyjmowanie czekoladek z pudełek.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

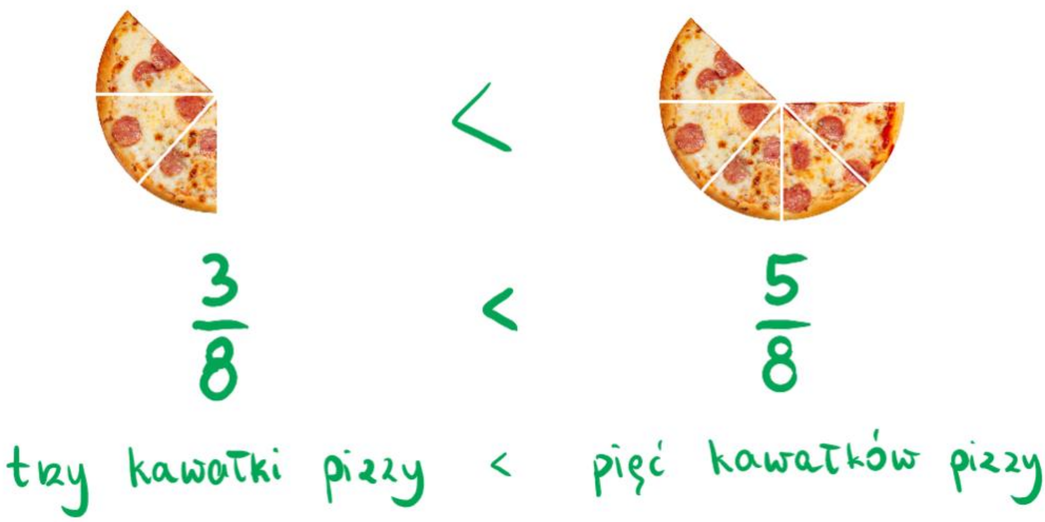
Wyobraź sobie, że masz 4 pudełka czekoladek. W 3 pudełkach znajdują się po 3 cukierki – co odpowiada 3 całościom – w ostatnim 1 cukierek, czyli 1/3 pudełka. Kiedy wyjmiesz wszystkie czekoladki, otrzymasz ułamek 10/3.

Porównywanie ułamków zwykłych

Jak stwierdzić, który ułamek jest większy?

Aby **porównać dwa ułamki zwykłe**, które mają **takie same mianowniki**, np. 1/3 i 2/3, spójrz do góry, czyli na licznik. Większy ułamek to ten, którego licznik przedstawia większą liczbę.

Pięć kawałków pizzy to więcej, niż trzy kawałki.

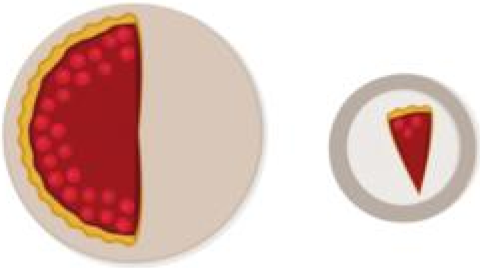


Pięć kawałków pizzy to więcej, niż trzy kawałki.

Aby **porównać dwa ułamki zwykłe**, które mają **takie same liczniki**, np. 1/3 i 1/4, spójrz do dołu, czyli na mianownik. Większy ułamek to ten, którego mianownik przedstawia mniejszą liczbę.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{10}$$



Jeżeli podzielisz ciasto na dziesięć kawałków, to będą one zdecydowanie mniejsze niż w przypadku, gdy podzielisz całe ciasto na dwa kawałki.

Aby porównać dwa ułamki o **różnych mianownikach i licznikach**, należy je rozszerzyć lub skrócić – w taki sposób, by otrzymać wspólny mianownik bądź licznik. Jak to zrobić? Czytaj dalej!

Skracanie i rozszerzanie ułamków zwykłych

Umiejętność **skracania ułamków zwykłych** jest bardzo przydatna i pozwala posługiwać się mniejszymi liczbami podczas wykonywania działań matematycznych. Co ważne, jest też wyjątkowo łatwa. Wystarczy, że podzielisz licznik i mianownik przez tę samą liczbę.

skracanie przez 2

$$\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

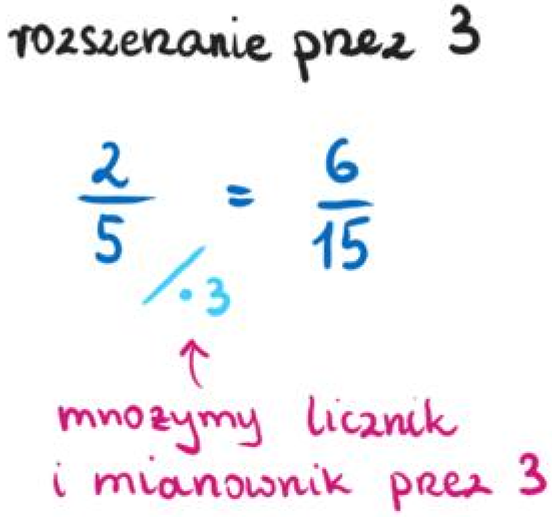
$:2$

dzielimy licznik i mianownik przez 2

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

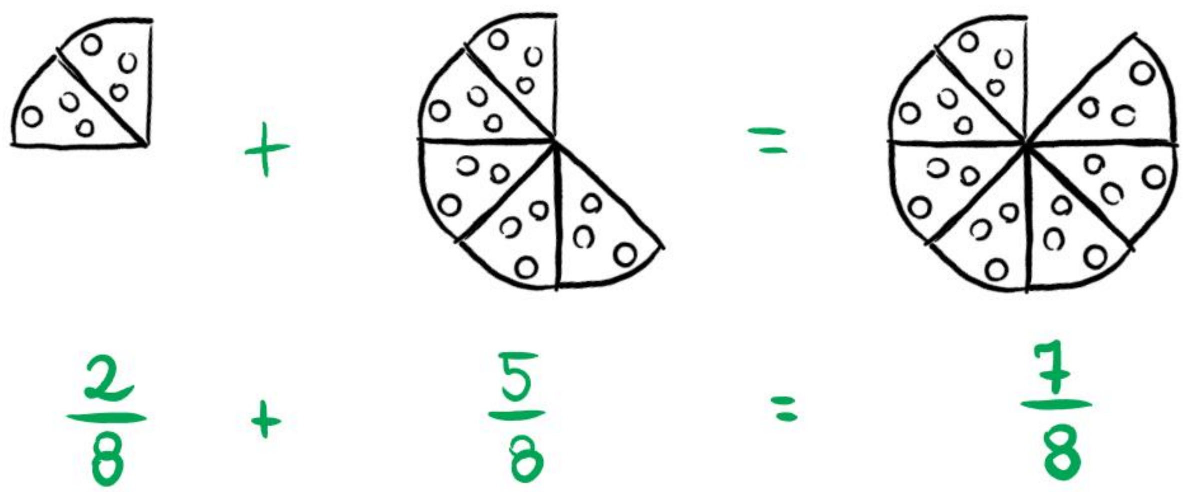
Pamiętaj jednak, że nie zawsze jest to możliwe. **Nie każdy ułamek można skrócić.** W przeciwieństwie do rozszerzania, które możesz zastosować w każdym przypadku.

Rozszerzanie ułamków wykonuje się po to, by wykonać dodawanie lub odejmowanie. Aby rozszerzyć ułamek zwykły, pomnóż licznik i mianownik przez tę samą liczbę.

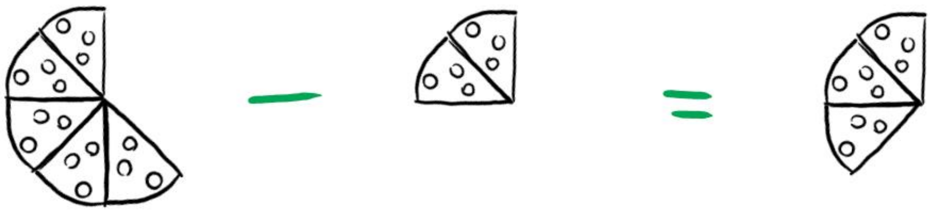


Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych

Aby **dodawać lub odejmować ułamki zwykłe**, najczęściej musimy je skrócić lub rozszerzyć – po to, by otrzymać ułamki o takich samych mianownikach. Działanie przeprowadzamy wówczas na samych licznikach, a mianowniki pozostają bez zmian.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



$$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

Mnożenie ułamków zwykłych

Aby wykonać mnożenie, zamień wszystkie liczby mieszane na ułamki niewłaściwe, a następnie skróć liczniki z mianownikami – po przekątnej lub w pionie. Kiedy wykonasz wszystkie skrócenia, pomnóż licznik przez licznik i mianownik przez mianownik.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{4}{\cancel{8}}} \cdot \frac{12}{5} = \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

skracamy w pionie

skracamy po przekątnej

Dzielenie ułamków zwykłych

Podobnie jak w przypadku mnożenia, tutaj również konieczna jest zamiana liczb mieszanych w ułamki niewłaściwe. Kolejnym krokiem jest odwrócenie drugiego ułamka do góry nogami i postępowanie dokładnie tak, jak w przypadku mnożenia.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

i dalej jak zwykłe mnożenie

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{15} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{3}{2}$$

obracamy „do góry nogami"

Ułamki zwykłe – zadania

Sprawdź swoją wiedzę i rozwiąż zadania, które dla Ciebie przygotowaliśmy.

Zadanie 1. Wskaż, który ułamek jest większy:

$$1\frac{2}{5} \qquad \frac{22}{15}$$

zamieniamy na uł. niewłaściwy

$$\frac{7}{5} \qquad \frac{22}{15}$$

rozszerzamy aby był wspólny mianownik

$$\frac{21}{5} < \frac{22}{5}$$

Zadanie 2. Oblicz:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

a) $3\frac{1}{4} + \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{8}_{4}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} = 3\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$

b) $\frac{4}{7} : \frac{8}{21} - \frac{3}{16} \cdot 4 = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{7}_{1}} \cdot \frac{\cancel{21}^{3}}{\cancel{8}_{2}} - \frac{3}{\cancel{16}_{4}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{1} =$

$= \frac{3}{2}_{/\cdot 2} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

Czworokąty, kąty w czworokątach

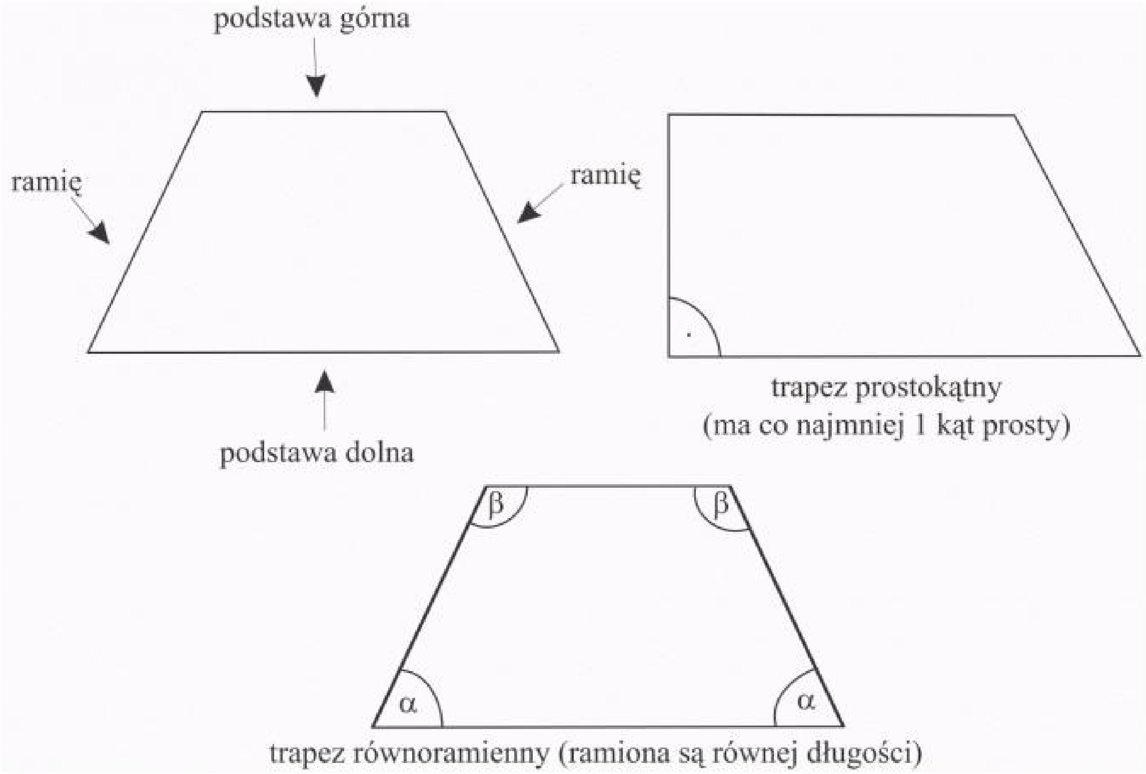
Wielokąt, który ma cztery boki nazywa się czworokątem.

Suma miar kątów czworokąta wynosi 360°.

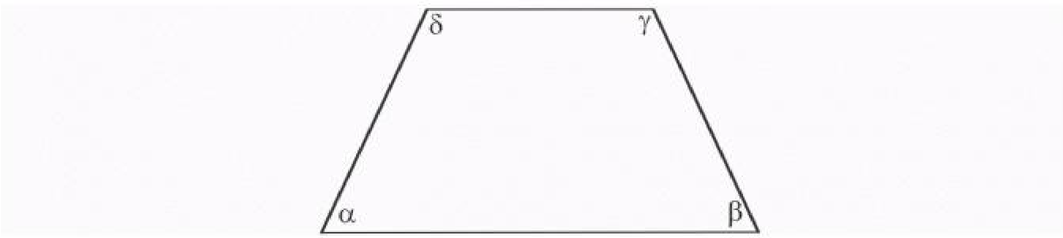
Podział czworokątów:

Trapez - to taki czworokąt, który ma co najmniej jedną parę boków równoległych.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



W trapezie równoramiennym kąty przy podstawie są równe.



W trapezie suma miar kątów leżących przy tym samym ramieniu wynosi 180°.

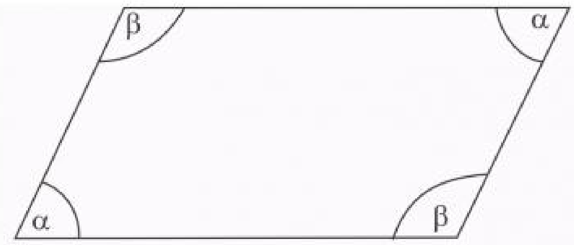
$\alpha + \delta = 180°$

$\beta + \gamma = 180°$

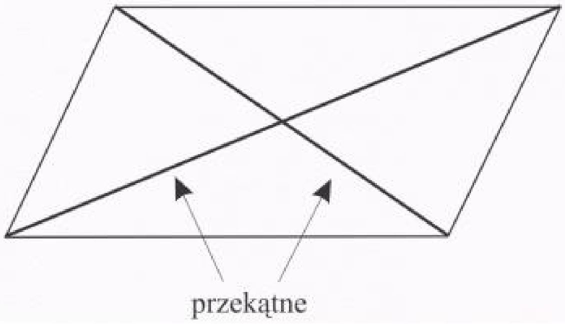
Równoległobok - to taki czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Równoległobok - to taki czworokąt, który ma dwie pary boków równoległych.

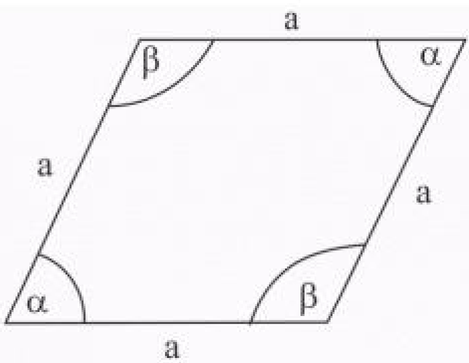


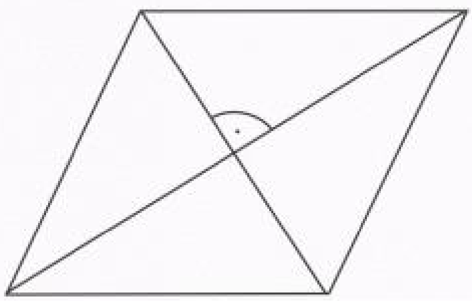
W równoległoboku przeciwległe kąty są równe.



Przekątne równoległoboku przecinają się w połowie.

Romb - to taki równoległobok, który ma boki równej długości.

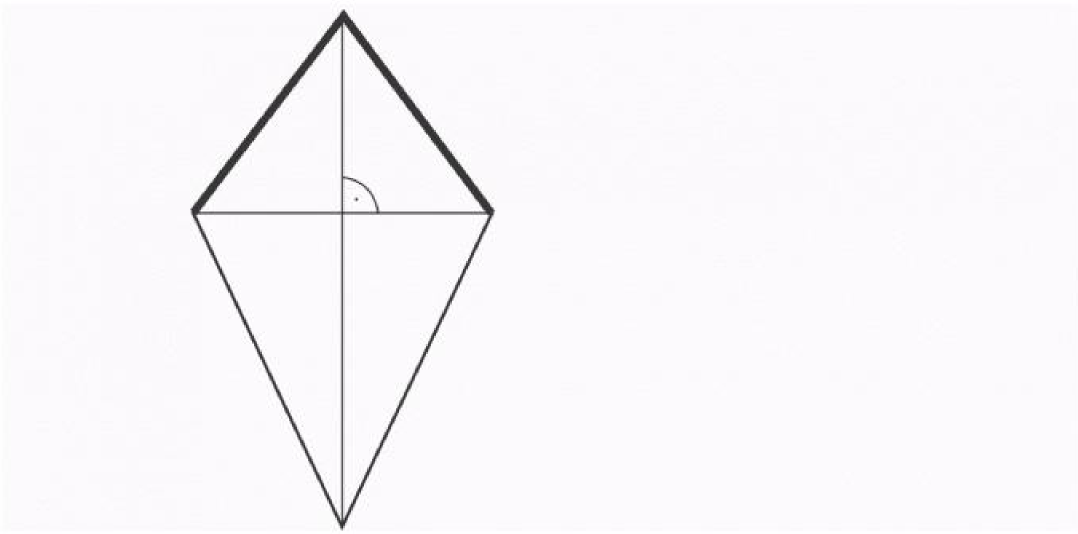




Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

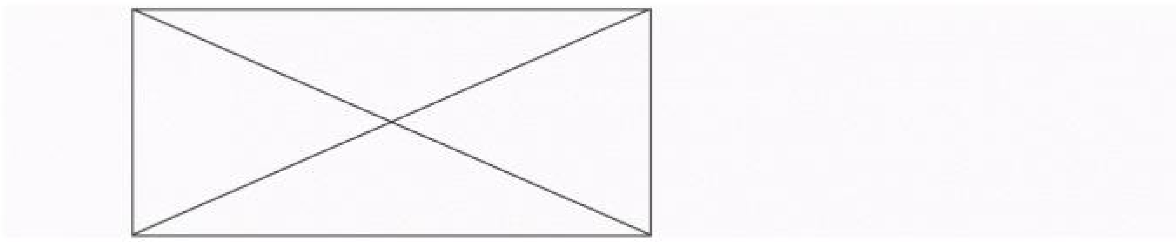
Przekątne rombu przecinają się w połowie i są prostopadłe.

Deltoid - to czworokąt, którego dwie pary sąsiednich boków są równe.



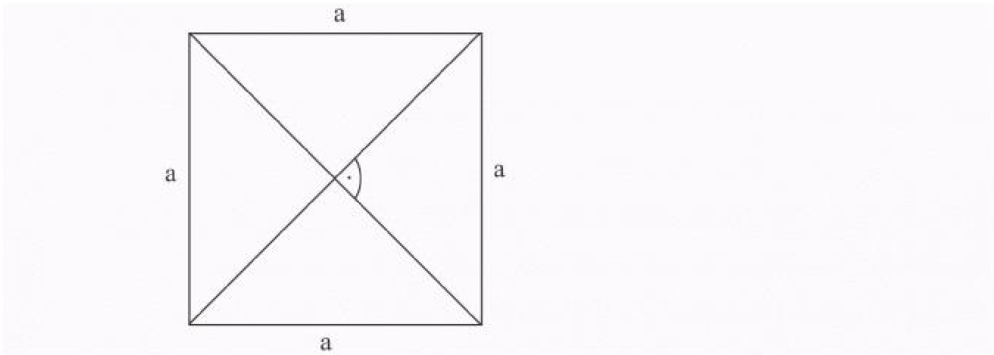
W deltoidzie przekątne przecinają się pod kątem prostym i jedna znich dzieli drugą na połowy.

Prostokąt - to czworokąt, który ma wszystkie kąty proste.



Przekątne prostokąta są równe i przecinają się w połowie.

Kwadrat - to taki czworokąt, który ma wszystkie boki równe i kąty proste.

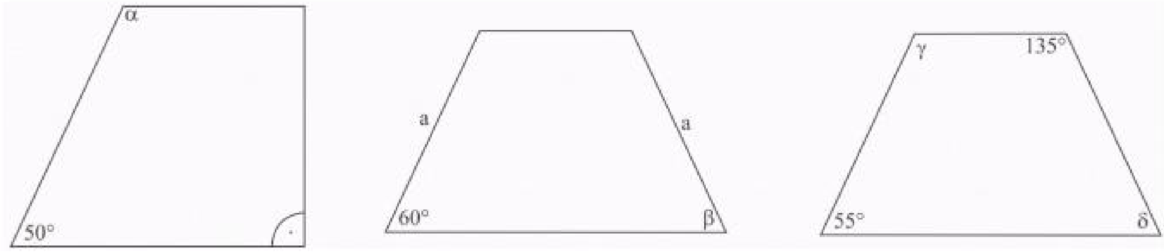


Przekątne kwadratu są równe, dzielą się na połowy i przecinają się pod kątem prostym.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

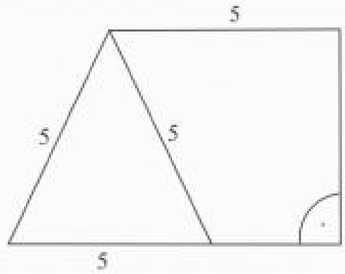
Zadanie 1

Oblicz, jaką miarę mają kąty α, β, γ, δ w trapezach:



Zadanie 2

Oblicz miary kątów trapezu prostokątnego:



Zadanie 3

Czy można zbudować czworokąt o kątach:

a) 40°, 60°, 100°, 160°

b) 135°, 55°, 105°, 85°.

Zadanie 4

Oblicz obwód i pole kwadratu, którego bok jest równy długości boku trójkąta równobocznego o obwodzie 24 cm.

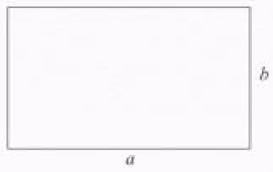
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Pola wielokątów

Prostokąt

$P_{\square} = a \cdot b$

$Obw._{\square} = 2a + 2b$



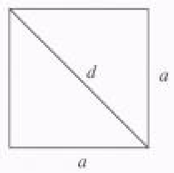
Kwadrat

$P_{\square} = a^2$

lub

$P_{\square} = \frac{1}{2}d^2$

$Obw._{\square} = 4a$

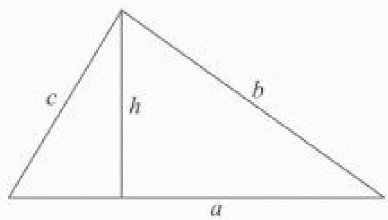


d – długość przekątnej

Trójkąt

$P_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2}$

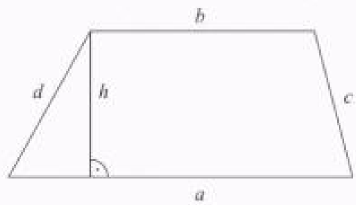
$Obw._{\Delta} = a + b + c$



Trapez

$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$

$Obw. = a + b + c + d$



Równoległobok

$P = a \cdot h$

$Obw. = 2a + 2b$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

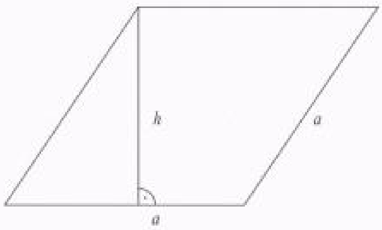
Romb

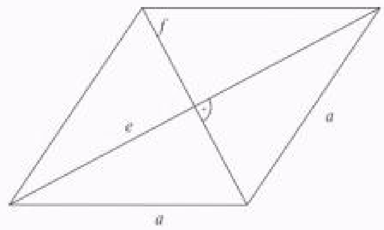
$P = a \cdot h$

lub

$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$

Obw. = 4a

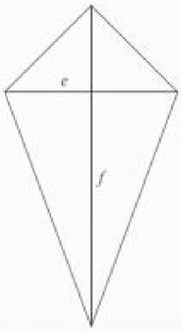




e, f – długości przekątnych

Deltoid

$$P = \frac{e \cdot f}{2}$$



e, f – długości przekątnych

Zadania

1. Oblicz pole i obwód prostokąta o wymiarach 0,2 dm i 11 dm.

2. Oblicz pole prostokąta o wymiarach 5 cm x 5 m.

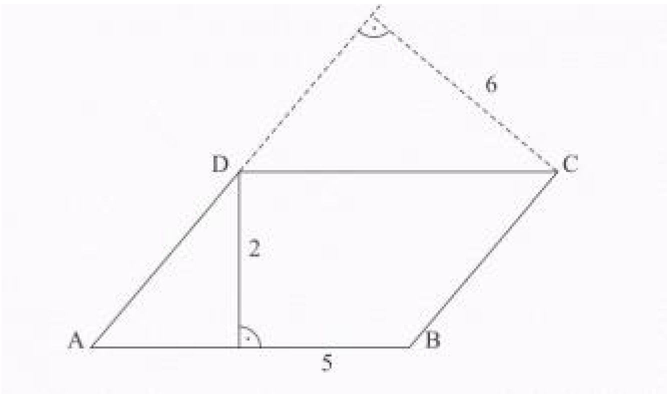
3. Oblicz pole kwadratu o obwodzie 36 cm.

4. Oblicz pole równoległoboku, którego jeden bok ma długość 11 dm, a wysokość opuszczona na ten bok ma 7 cm. Wynik podaj w dm^2.

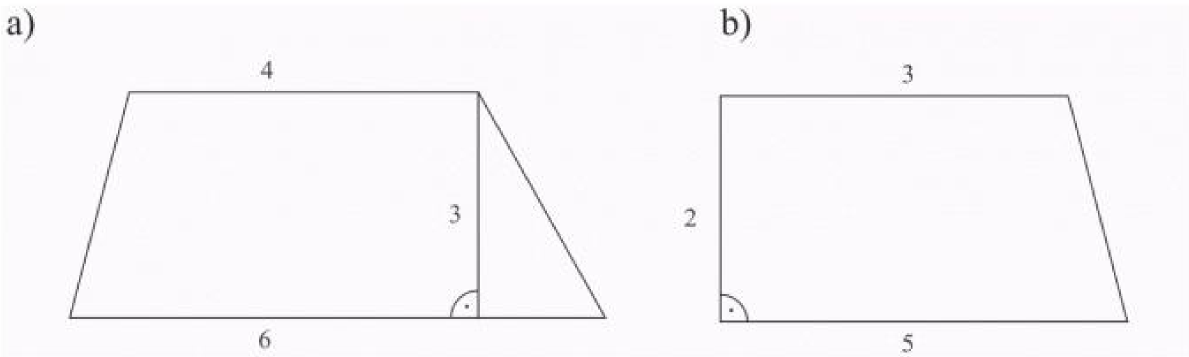
5. Pole równoległoboku wynosi 60 cm^2. Oblicz jego wysokość, jeśli jego podstawa jest równa 4 cm.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

6. Jaką długość ma bok AD narysowanego równoległoboku ABCD.



7. Oblicz pola narysowanych trapezów:



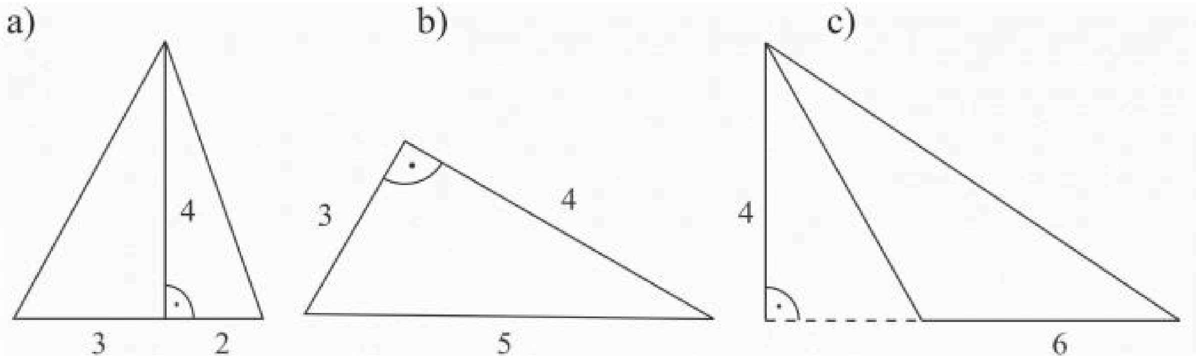
8.

Oblicz pole trapezu o podstawach długości 11 cm i 8 cm wiedząc, że długość wysokości równa jest $\frac{3}{4}$ krótszej podstawy.

9. W trapezie równoramiennym ramiona mają długość 6 cm, a wysokość 4 cm. Pole trapezu wynosi 40 cm^2. Jaki jest obwód tego trapezu?

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

10.
Oblicz pola narysowanych trójkątów:



11. Bok trójkąta ma długość 8 cm, a wysokość opuszczona na ten bok ma długość 5 cm. Oblicz długość wysokości opuszczonej na bok, którego długość wynosi 6 cm.

12. Długość boku rombu wynosi 10 cm, a jego wysokość 4 cm. Oblicz pole rombu.

13. Oblicz pole rombu, którego przekątne mają długość 12 cm i 8 cm.

14. Pole rombu wynosi 96 cm^2. Oblicz obwód rombu, wiedząc, że długość wysokości rombu wynosi 4,8 cm.

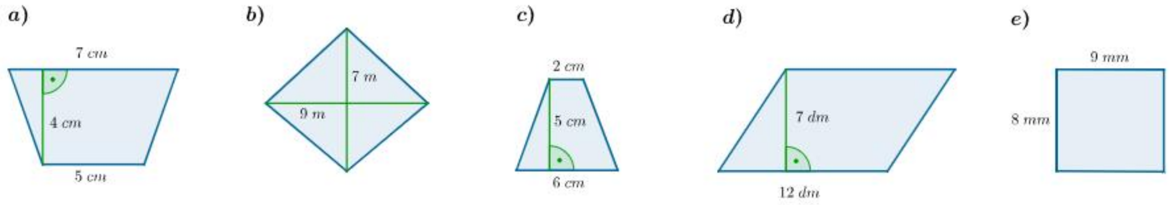
15.
Jeden z boków prostokąta jest dwa razy dłuższy od drugiego. Obwód prostokąta wynosi 42 cm. Oblicz jego pole.

16. Boisko do piłki nożnej ma wymiary 100 m na 52 m. Jaką powierzchnię ma to boisko w arach, hektarach?

17. Łazienka ma wymiary 3 m x 3 m, wysokość 2,5 m. Ile kwadratowych kafelków o boku 10 cm potrzeba do wyłożenia wszystkich ścian łazienki. Drzwi mają 2 m wysokości i 80 cm szerokości.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

18. Oblicz pole figury przedstawionej na rysunku.



19. Oblicz pole kwadratu, którego przekątna ma długość 12cm

20. Jedna przekątna rombu ma długość 12 cm, a druga jest od niej o 4 cm krótsza. Oblicz pole tego rombu.

21. Obwód trapezu prostokątnego wynosi 44 cm. Jego podstawy mają długość 10 cm i 16 cm, a dłuższe z ramion ma 10 cm długości. Oblicz pole tego trapezu.

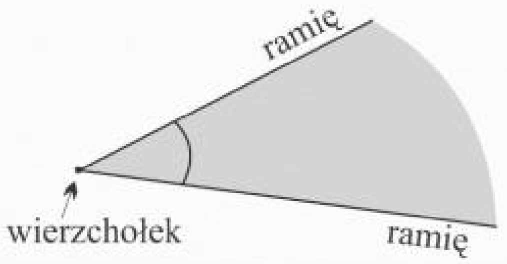
22. Przekątne rombu mają długości 12 cm i 16 cm. Oblicz długość boku tego rombu, jeżeli jego wysokość wynosi 9,6 cm.

23. Na grządkę w kształcie trapezu prostokątnego o podstawach 4,5 m i 2,5 m i wysokości 4 m trzeba wysypać torf. Jeden worek torfu starcza na 6 m² powierzchni. Ile najmniej worków torfu trzeba kupić?

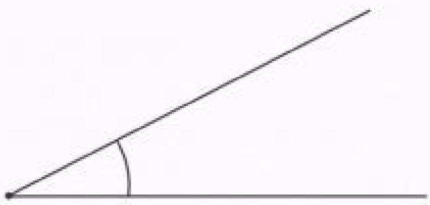
Kąty

Kąt to część płaszczyzny wyznaczona przez dwie półproste o wspólnym początku wraz z tymi półprostymi.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

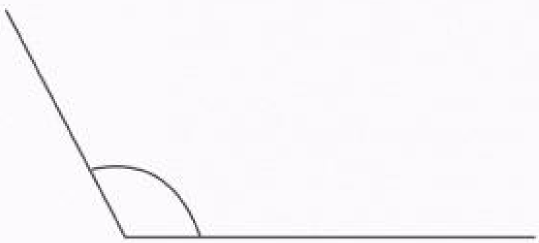


Rodzaje kątów



kąt ostry
(ma mniej niż 90°)

kąt prosty ma 90°
(zaznaczamy kropką)



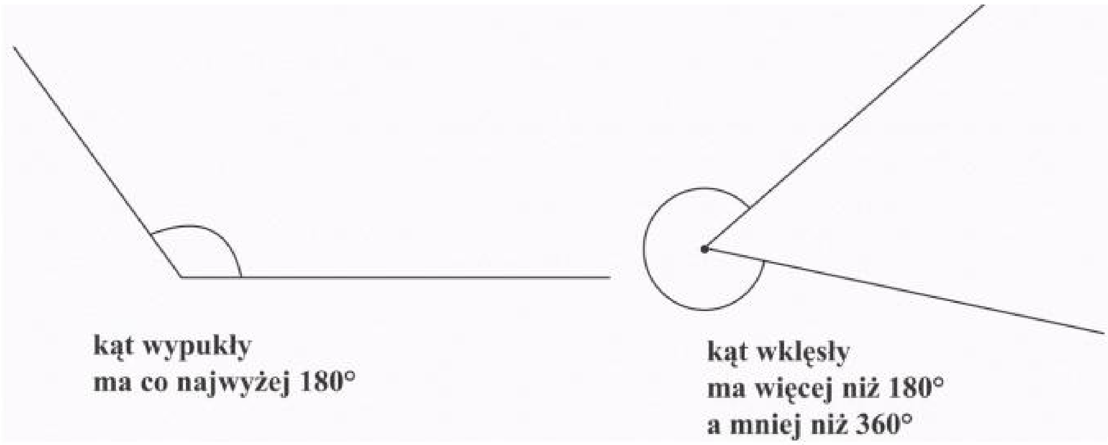
kąt rozwarty
ma więcej niż 90° a mniej niż 180 °

kąt półpełny
ma 180°

kąt pełny
ma 360 °

kąt zerowy
ma 0°

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

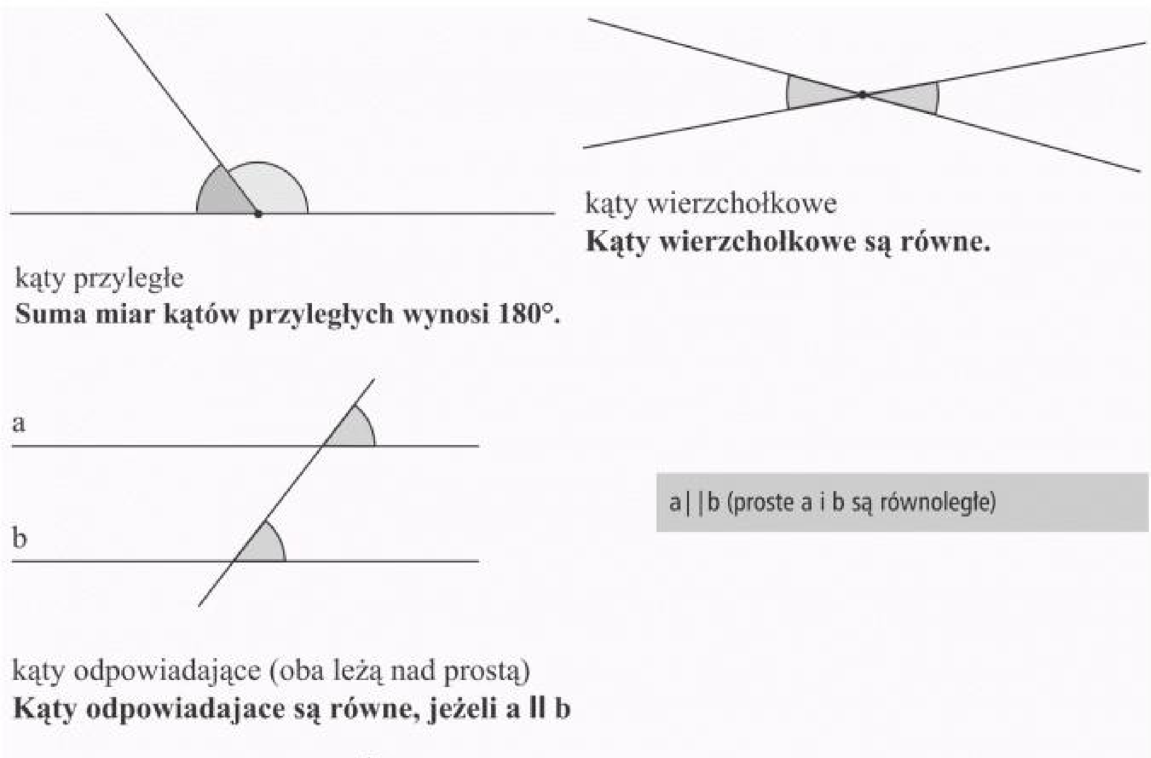


Kąty oznaczamy małymi literami alfabetu greckiego:

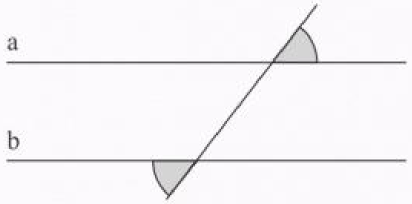
α - czytamy: alfa

β - czytamy: beta

γ - czytamy: gamma

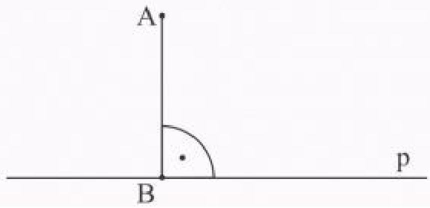


Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



a| |b

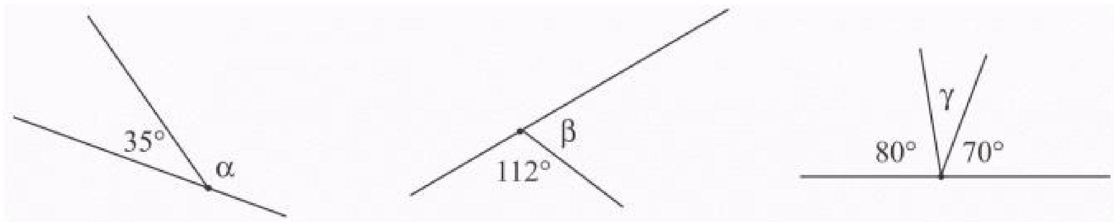
kąty naprzemianległe (jeden leży nad prostą, drugi pod prostą)
Kąty naprzemianległe mają równe miary (jeśli a ll b).



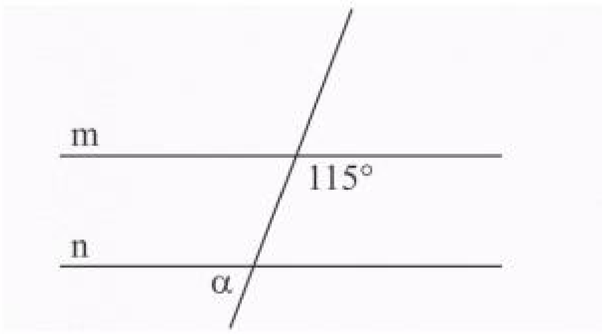
Odległość punktu A od prostej p to długość odcinka AB (zauważ, że odległość to długość odcinka prostopadłego do prostej).

Zadania

Jakie miary mają kąty α, β, γ?

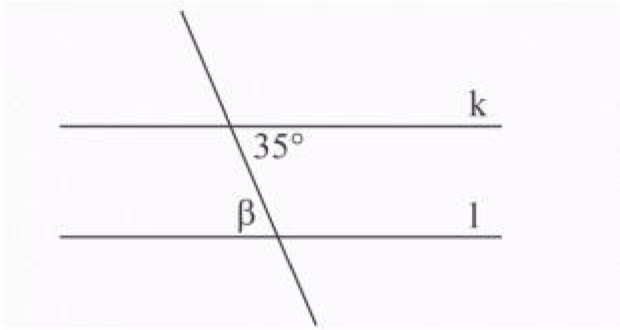


Jaką miarę ma kąt α?

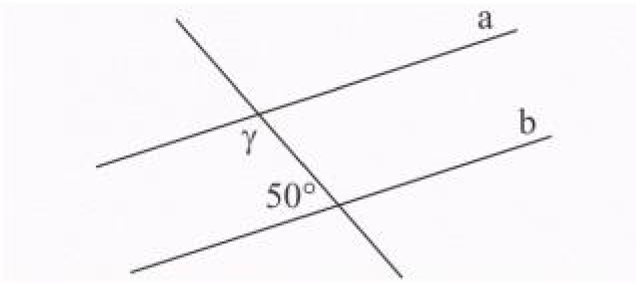


Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

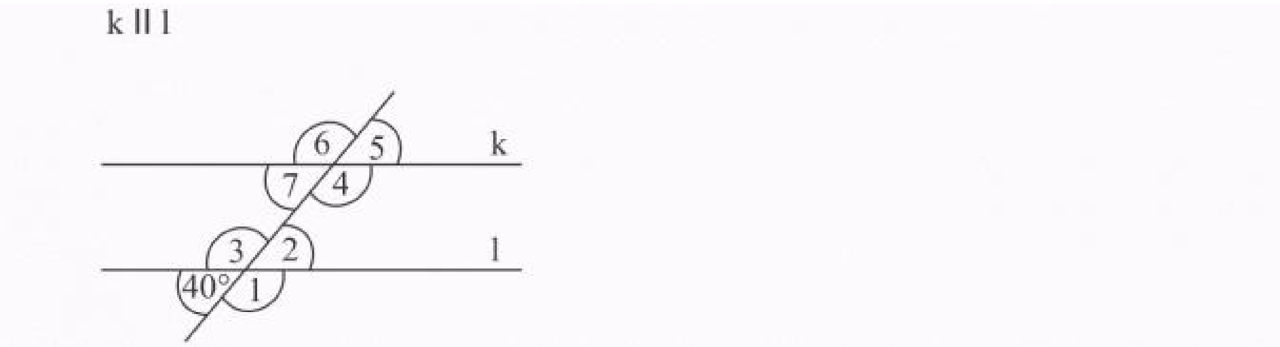
Znajdź miarę kąta β.



Jaką miarę ma kąt γ?



Oblicz miary kątów 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

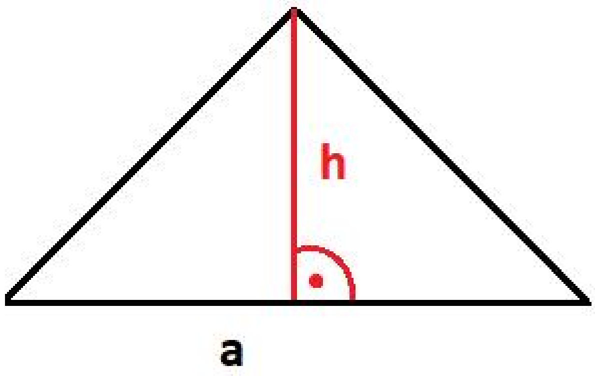


Pole trójkąta

Wzór na pole trójkąta

Najbardziej podstawowy i najczęściej używany wzór to

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

Oblicz pole trójkąta o danej podstawie i opuszczonej na nią wysokości.

a) a = 8 cm, ha = 9 cm

b) a = 2,8 cm, ha = 6 cm

c) b = 4 cm, hb = 6,2 cm

d) b = 60 mm, hb = 12,5 mm

e) c = 5 dm, hc = 7 dm

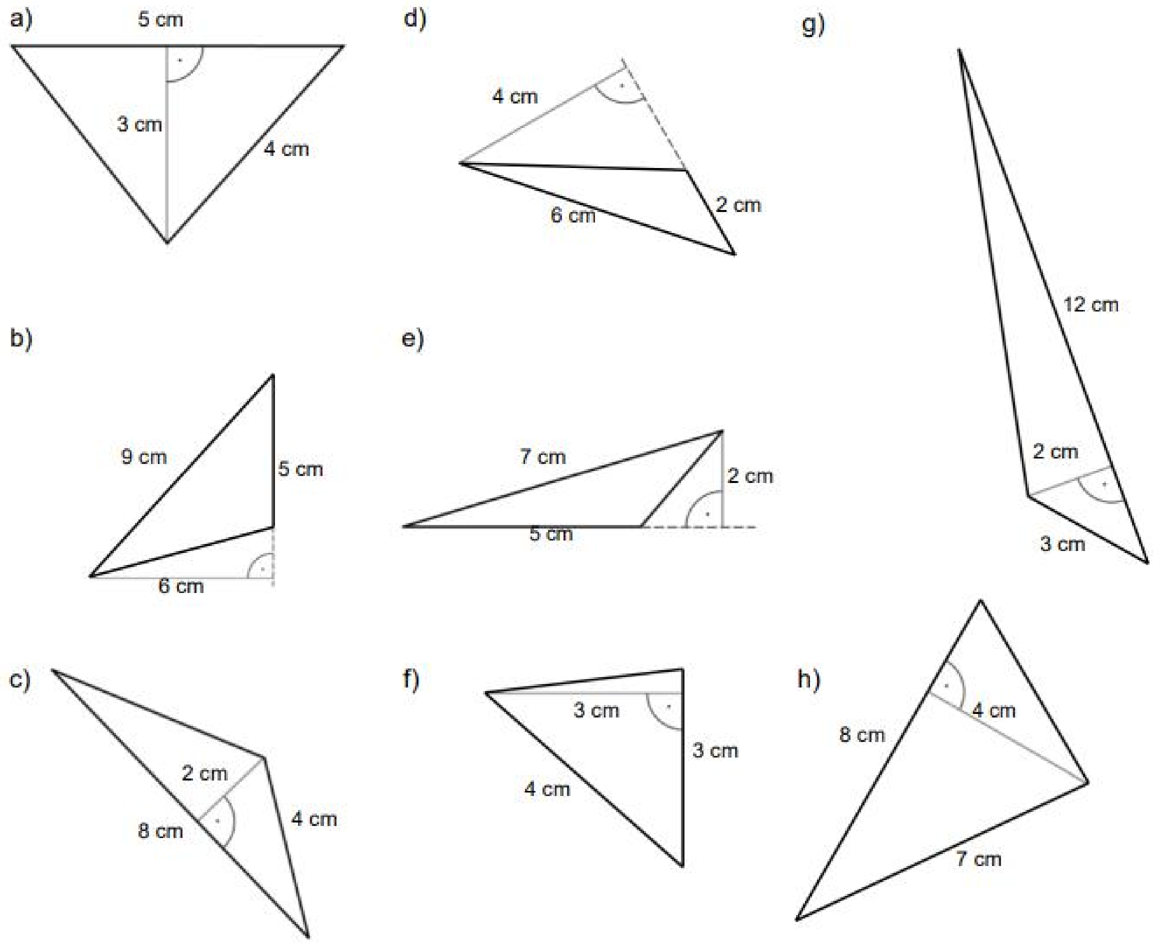
f) a = 8 cm, ha = 15 cm

g) c = 13 cm, hc = 3 cm

h) b = 7,6 cm, hb = 4 cm

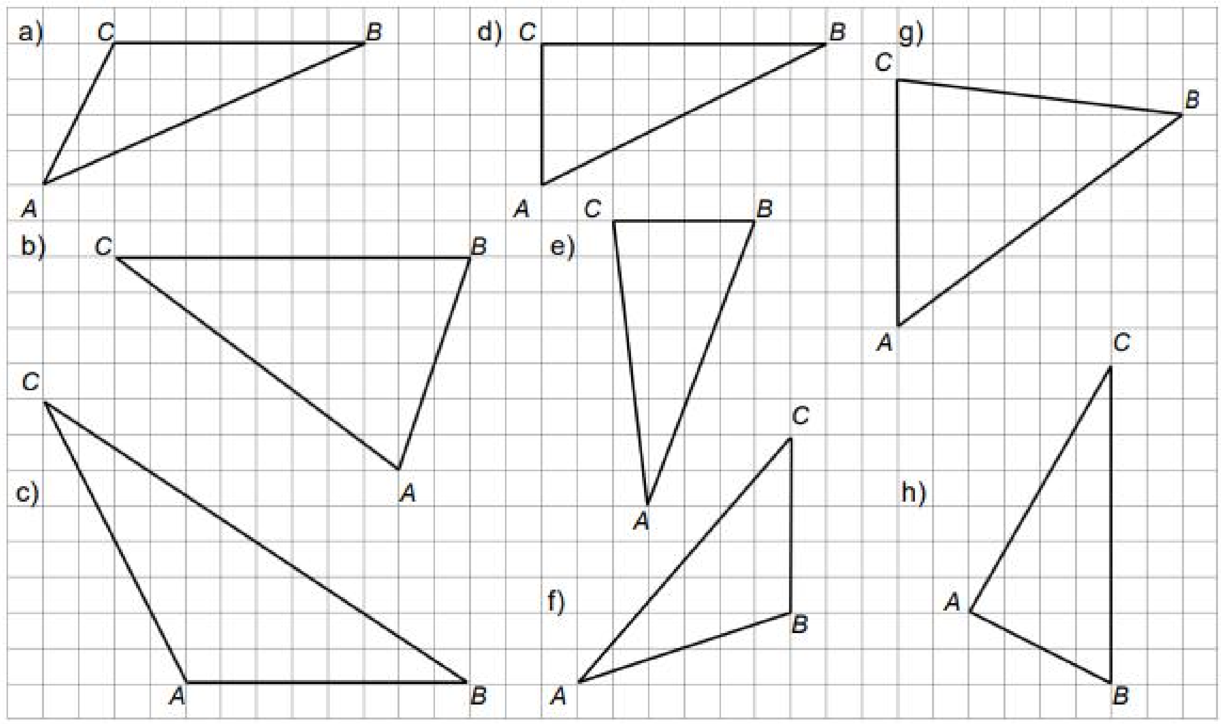
Oblicz pole trójkąta o wymiarach podanych na rysunku.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Oblicz pole trójkąta ABC. Potrzebne długości odczytaj z rysunku.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Wyrażenia algebraiczne

Wyrażenia algebraiczne to „zlepki” liczb oraz innych zmiennych, których zadaniem jest reprezentowanie pewnej zależności. Wciąż brzmi niejasno? W praktyce możemy rozumieć wyobrażenie algebraiczne jako krótki, prosty sposób zapisania w sposób matematyczny opisów, które bywają skomplikowane, długie i trudne do przekazania. Zobacz to na przykładach!

Wyrażenia algebraiczne – przykłady

Przykład 1. Cena za litr paliwa to 5,98 zł. Ile zapłacisz za x litrów paliwa?
Przy pomocy wyrażenia algebraicznego możesz zapisać to w następujący sposób:

$$5{,}98 \cdot x$$

Przykład 2. Odległość pomiędzy miastem A i miastem B wynosi m kilometrów. Chcesz przejechać trasę pomiędzy miastem A i miastem B. Ile czasu zajmie Ci podróż pomiędzy miastami, przyjmując, że będziesz jechał ze średnią prędkością x km/h?

Możesz zapisać to równanie, korzystając z poniższego wyrażenia algebraicznego:

$$m : x$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 3. Podczas standardowych zakupów w sklepie kupujesz:

- 2 kartony mleka (m),
- 1 opakowanie sera żółtego (s),
- 10 bułek (b).

Jak powszechnie wiadomo, w naszym kraju panuje aktualnie wysoka inflacja, dlatego ceny wymienionych produktów są zmienne. Nie mogąc ustalić konkretnych wartości, możesz posłużyć się wyrażeniem algebraicznym, które zapiszesz w następujący sposób:

$$2m + s + 10b$$

Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych

Jak obliczyć wartość wyrażenia algebraicznego? Wbrew pozorom, bardzo prosto – o ile dobrze radzisz sobie z dodawaniem, odejmowaniem, mnożeniem i dzieleniem.

Przed rozwiązywaniem zadania, które polega na obliczeniu wartości wyrażenia algebraicznego, przygotuj sobie oddzielną kartkę – będziesz mógł rozwiązywać na niej działania pisemne. Poniżej znajdziesz przykłady rozwiązań – jedno dla prostego, typowego zadania z podstawianiem wartości pod zmienne i obliczania całego wyrażenia oraz jednej trudniejszy i nieco bardziej *tricky* przypadek.

Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych - przykłady

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1 (łatwy)

$$x = 7 \qquad y = -2$$

$$2x + y$$

$$\downarrow$$

$$2 \cdot 7 + (-2) = 14 - 2 = 12$$

Aby obliczyć wyrażenie 2x+y, musisz podstawić wskazane liczby pod wartości x i y, a następnie wykonać działanie.

Przykład 2 (trudniejszy)

$$a = \frac{1}{2} \qquad b = -3$$

$$-ab + 4a - b$$

wstawiamy wartości używając odpowiednio nawiasów

$$\downarrow$$

$$-\frac{1}{2}\cdot(-3) + 4\cdot\frac{1}{2} - (-3) = \frac{3}{2} + 2 + 3 = 6\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} \to 1\frac{1}{2}$$

pamiętamy o kolejności wykonywania działań!

W tym wypadku, podobnie jak we wcześniejszym, podstawiamy wskazane wartości pod a i b. Przy wykonywaniu działania musisz pamiętać o prawidłowej kolejności wykonywania działań oraz o odpowiednim używaniu nawiasów.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Redukcja wyrazów podobnych

W większości przypadków wyrażenia algebraiczne można uprościć. Działanie takie określa się mianem redukcji wyrazów podobnych. Dlaczego warto je znać i z niego korzystać?

• Po pierwsze, redukcja wyrazów podobnych jest łatwa do przeprowadzenia. Nie musisz obawiać się dodatkowych lub niepotrzebnych komplikacji przy rozwiązywaniu zadań.

• Po drugie, dzięki redukcji wyrazów podobnych możesz znacząco zmniejszyć liczbę działań, jakie będą wymagały obliczenia. Mówiąc krótko – zadanie będzie łatwiejsze do rozwiązania.

• Po trzecie, zyskujesz na czasie. Tym, co komplikuje i wydłuża rozwiązywanie zadań z wyrażeniami algebraicznymi, jest wykonywanie dużej ilości mnożeń i sumowań wtedy, gdy nie jest to konieczne. Uproszczenie zadania sprawia, że zyskujesz na czasie, co ma znaczenie nie tylko podczas sprawdzianu czy egzaminu (kiedy liczy się każda minuta), ale także podczas nauki w domu. Szybsze rozwiązanie zadania to więcej czasu na przyjemności!

Jak redukować wyrazy podobne? Posłużmy się przykładami – ponownie przedstawimy łatwiejsze oraz bardziej skomplikowane zadanie.

Redukcja wyrazów podobnych - przykłady

Przykład 1 (łatwy)

$$\underline{2x} + \underline{3y} \, \underline{-x} \, \underline{-2y} = x + y$$

podkreślamy sobie takie same
jednomiany wraz z ich znakami

Aby uprościć wyrażenie, podkreśl powtarzające się jednomiany oraz ich znaki. W powyższym przykładzie uzyskujemy w ten sposób 2x-x oraz 3y-2y.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 2 (trudniejszy)

$$7x^2 + 3x - x(2x - 7) = 7x^2 + 3x - 2x^2 + 7x = 5x^2 + 10x$$

najpierw pozbywamy się nawiasu

uwaga! x^2 i x to inny jednomian

W tym wypadku redukcja wyrazów podobnych polega na pozbyciu się nawiasu. Następnie upraszczamy jednomiany, pamiętając o tym, że x^2 i x to inne jednomiany!

Zadania

1. Wyrażenie $10 - 3y$ dla $y = 2$ ma wartość:

   A. 6 B. 7 C. 4 D. 14

2. Oblicz wartości wyrażeń algebraicznych:

   a) $9x + 4$ dla $x = 6$

   b) $7y + 10$ dla $y = -3$

   c) $4(8 - n)$ dla $n = 0$

   d) $8 - 15p$ dla $p = \frac{1}{5}$

3. Oceń prawdziwość zdań. Wstaw znak X w odpowiednią kratkę.

   Wyrażenie $3x + 3$ dla $x = -1$ przyjmuje wartość 6. ☐ prawda ☐ fałsz

   Wyrażenie $4(x - 3)$ dla $x = 8$ przyjmuje wartość 20. ☐ prawda ☐ fałsz

4. Uzupełnij tabelkę.

x	6	8,5	-3
$x - 5$			

5. Które z podanych wyrażeń przyjmują dla $a = 3$ wartość -2?

   $a - 1$ $-2a - 8$ $-2(a - 2)$

   A. tylko pierwsze

   B. tylko drugie i trzecie

   C. tylko trzecie

   D. tylko pierwsze i drugie

6. Wyrażenie $4x + 5x - x$ zapisane krócej to:

   A. $9x - 1$ B. $x - 1$ C. $8x$ D. $10x$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

7. Zapisz krócej:
a) $4x + 5x$ b) $3a - 5a$ c) $4y + y - 2y$ d) $2z + 0,5z$

8. Czy podane wyrażenia algebraiczne są równe $3x$? Wstaw znak X w odpowiednią kratk

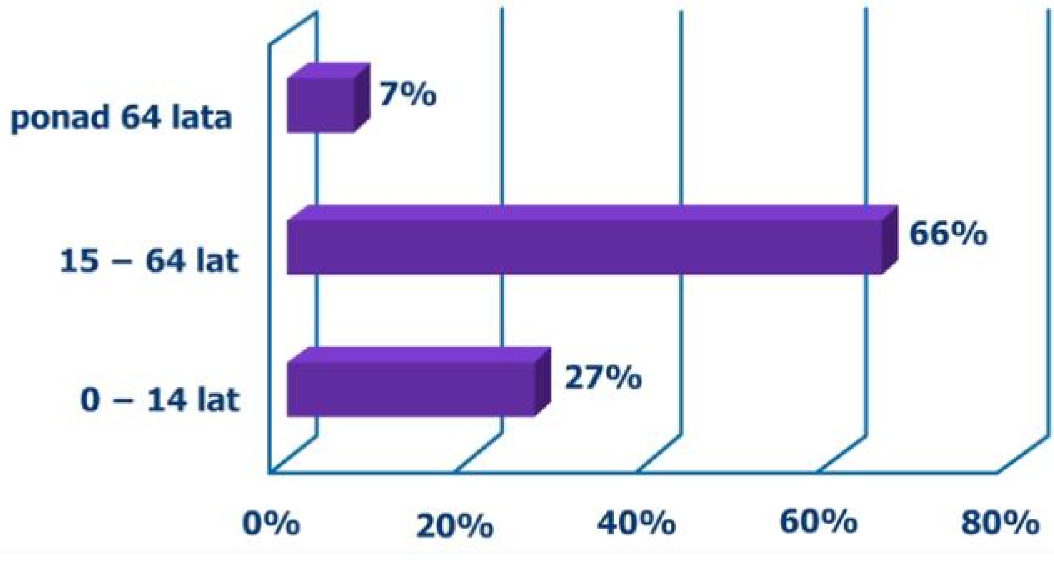
$5x - 2x$	☐ TAK	☐ NIE
$-\frac{1}{4}x \cdot 12$	☐ TAK	☐ NIE
$2x + 1$	☐ TAK	☐ NIE
$6x : (-2)$	☐ TAK	☐ NIE

9. Zapisz w prostszej postaci:
a) $-5x + 2x + 6x =$ .... b) $-\frac{1}{4}x \cdot 20 =$ ....

Diagramy

Dane statystyczne wygodnie jest przedstawiać za pomocą diagramów procentowych, z których łatwo możemy odczytać potrzebne informacje.

Przykład 1
Diagram słupkowy przedstawia procentowy podział ludności na świecie według wieku.
Dane pochodzą z lipca 2013 roku. (Wikipedia)

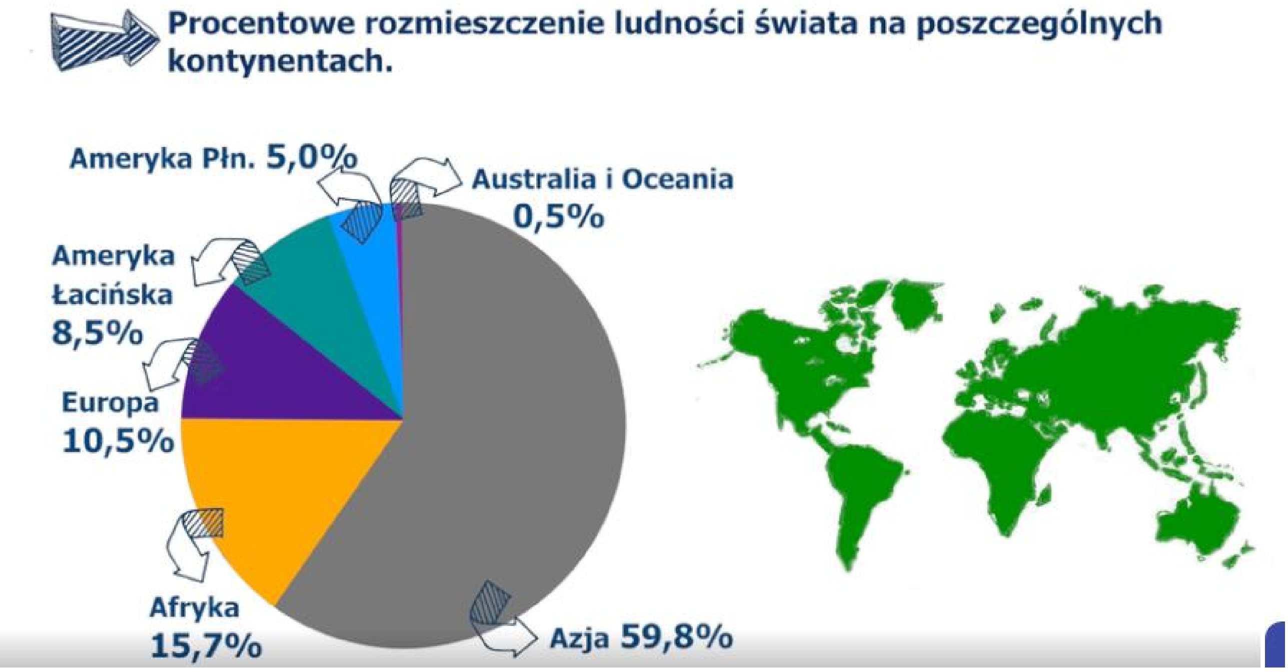


Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Z diagramu możemy odczytać kilka ważnych informacji.

- Zdecydowanie najwięcej, bo 23 wszystkich ludzi na świecie, to osoby mające od 15 do 64 lat.
- Ponad czwarta część ludzi na świecie to dzieci i młodzież do 14 roku życia.
- Ludzi mających powyżej 64 lata jest prawie czterokrotnie mniej niż dzieci i młodzieży do 14 roku życia.
- Osób od 15 do 64 lat jest na świecie około dziesięć razy więcej niż ludzi powyżej 64 roku życia.

Przykład 2
Kołowy diagram pokazuje procentowy rozkład ludności świata na poszczególnych kontynentach.



Z tego diagramu możemy wywnioskować, że:

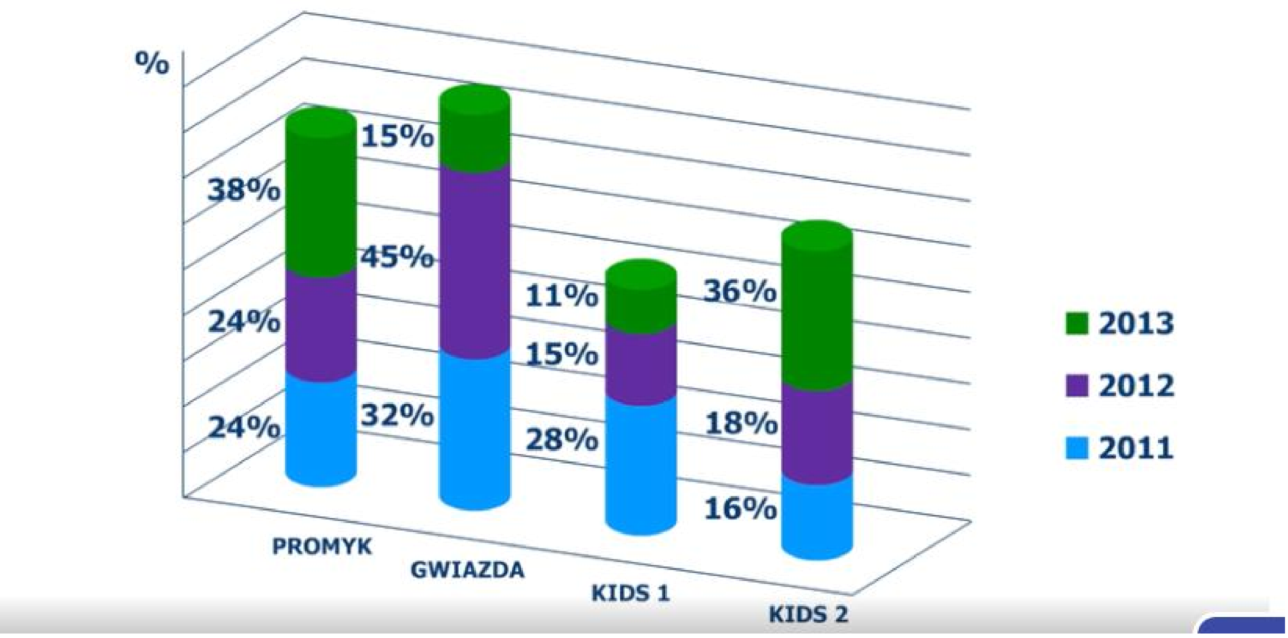
- sześciu na dziesięciu mieszkańców kuli ziemskiej mieszka w Azji,
- mieszkańców Europy jest sześciokrotnie mniej niż Azjatów,

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- Europejczyków i obywateli Ameryki Północnej razem jest tyle samo, co ludzi w Afryce,
- mieszkańców Australii i Oceanii jest tak niewielu, że nie stanowią nawet jednego procenta wszystkich ludzi na świecie.

Przykład 3

Diagram przedstawia procentową oglądalność czterech najpopularniejszych stacji telewizyjnych dla dzieci: PROMYK, GWIAZDA, KIDS 1,
KIDS 2 w latach 2011, 2012 i 2013.



Z diagramu odczytujemy, że:

- największą popularnością w czasie trzech omawianych lat cieszyła się GWIAZDA, najmniejszą zaś KIDS 1,
- w latach 2011 i 2012 popularność PROMYKA była identyczna i programy tej stacji oglądał prawie co czwarty respondent,
- w roku 2011 dwa razy więcej osób oglądało GWIAZDĘ niż KIDS 2,
- w roku 2012 zdecydowanie największą popularnością cieszyła się telewizja GWIAZDA,
- telewizja KIDS 2 prawie podwoiła swoją popularność w 2013 roku w stosunku do roku 2012, a popularność stacji GWIAZDA w 2013 roku stanowiła nieco więcej niż trzecią część popularności w roku 2012.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020