Zajęcia dodatkowe dla uczniów **Szkoły Podstawowej nr 3 im. Adama Mickiewicza w Szamotułach**

Tytuł zajęć

Z matematyką za pan brat -Zajęcia rozwijające

Autor/Autorzy opracowania
Iwona Błoch
…………………………….

Niniejszy skrypt/scenariusz powstał na potrzeby realizacji Projektu
nr RPWP.08.01.04-30-0005/19 pn.:
„*ENIGMA – Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań*”

Poznań 2022

PROGRAM ZAJĘĆ

L.p.	Temat zajęć	Liczba godzin
1.	Wyrażenia algebraiczne	2
2.	Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych	2
3.	Potęgi i pierwiastki	3
4.	Działania na liczbach wymiernych	3
5.	Rozwiązywanie równań	4
6.	Twierdzenie Pitagorasa	3
7.	Zastosowanie Twierdzenia Pitagorasa	3
8.	Kąty w trójkątach	3
9.	Rozwiązywanie arkuszy egzaminacyjnych	7
Łączna liczba godzin		30

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Wyrażenia algebraiczne-

Wyrażenie algebraiczne to wyrażenie przedstawione za pomocą liczb liter znaków działań i nawiasów na przykład 2 a + b, 4 - 5 b .
Pojedynczą literę lub literę i liczbę nazywamy jednomianem. **Jednomiany** - to liczby i litery połączone znakiem mnożenia.

Przykład 1.

Przykłady jednomianów:

$$x, \quad \frac{1}{2}x, \quad x^2, \quad 2xy, \quad 5x^2y^3, \quad -\frac{2}{3}abc$$

Liczbę występującą w jednomianie nazywa się **współczynnikiem liczbowym** jednomianu.

$$1x, \quad \frac{1}{2}x, \quad 7x^2, \quad 2xy, \quad 5x^2y^3$$

współczynniki liczbowe jednomianu

Każdy jednomian musi mieć współczynnik liczbowy. W przypadku, gdy nie jest on zapisany, to znaczy, że jest równy 1.

Kolejność zapisywania składników jednomianu nie ma znaczenia (bo mnożenie jest przemienne). Dla porządku warto jednak zawsze zapisywać współczynnik liczbowy na początku jednomianu, a następnie literki w kolejności alfabetycznej.

Jednomiany połączone znakami działań to wyrażenia .

Wyrażenia algebraiczne składają się z jednomianów.

$$-3x^2 + 2x - 7$$

jednomian jednomian jednomian

Nazwy wyrażeń algebraicznych możemy zapisać słownie według znaków działań, które je łączą, np.:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zapis matematyczny	Zapis słowny
$x + y$	suma liczb x i y
$x - y$	różnica liczb x i y
$x \cdot y$	iloczyn liczb x i y
$x : y$	iloraz liczb x i y
$2x$	podwojona liczba x
$3x$	liczba trzy razy większa x
$0{,}5x$	połowa liczby x
$x - 12$	liczba o 12 mniejsza od x
x^2	kwadrat liczby x
$x^2 + y^2$	suma kwadratów liczb x i y
$(x + y)^2$	kwadrat sumy liczb x i y
$x^3 - y^3$	różnica sześcianów liczb x i y
$(2x)^2 - 0{,}5y^3$	różnica kwadratu podwojonej liczby x i połowy sześcianu liczby y

W wyrażeniach algebraicznych, w których występuje mnożenie, często nie zapisujemy kropki oznaczającej iloczyn.
Zamiast pisać $2 \cdot x$ zapisujemy krócej $2x$.
Oba zapisy są prawidłowe i oznaczają to samo wyrażenie, ale drugi zapis jest krótszy, a przez to praktyczniejszy.
W wyrażeniach algebraicznych mogą występować wyrazy podobne .
Wyrazy podobne można redukować .

Jednomiany:

$$3x^2y, \quad -x^2y, \quad 6x^2y, \quad \frac{1}{3}x^2y$$

są podobne, ponieważ wszystkie są postaci:

$$\text{liczba} \cdot x^2y$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Jednomiany:

$$a^5b^3c, \quad 7^5b^3c^4, \quad -90abc$$

nie są podobne, ponieważ każdy ma inną część złożoną z literek.

Obliczanie wartości wyrażeń algebraicznych

Aby obliczyć wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, należy podstawić liczby w miejsce literek

Przykład 1.

Oblicz wartość liczbową wyrażenia $3x^2 - 2x + 1$ dla $x = 5$.

Rozwiązanie:

Do wyrażenia algebraicznego

$$3x^2 - 2x + 1$$

podstawiamy w miejsce x-a liczbę 5:

$$3 \cdot 5^2 - 2 \cdot 5 + 1 = 3 \cdot 25 - 10 + 1 = 66$$

Zatem dla $x = 5$ wyrażenie $3x^2 - 2x + 1$ przyjmuje wartość 66.

Przykład:

Oblicz wartości wyrażeń algebraicznych:

a) $2(a-1)$ dla a = 4

Zamiast a wpisuję liczbę 4

$2(a-1) = 2(4-1) = 2 \cdot 3 = 6$

b) $\frac{15+3x}{4}$ dla x = 5

$\frac{15+3x}{4} = \frac{15+3\cdot 5}{4} = \frac{15+15}{4} = \frac{30}{4} = 7{,}5$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie

Oblicz wartości wyrażeń algebraicznych:

a) $2x$ dla x = 7

b) $3x - 1$ dla x =3

c) $2(x - 2)$ dla x = 2

d) $3xy - 2$ dla x = 3 i y = 2

e) $0{,}5x + 2(x - y)$ dla x = 0 i y = -2

f) $\frac{x+y}{x-y}$ dla x = 4 i y = 2

Zadanie 1

Oblicz wartość wyrażenia dla podanych wartości zmiennych.

dla x = 1/6

a) 3x + 4 dla x = 3

dla x = -2

dla x = 2, y = 3

b) -2x +y do kwadratu = dla x = -4 ,y = 5

dla x = 5/8 , y = 0,5

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

2. a) Oblicz wartość wyrażenia $7x - 1$:

dla $x = -4$ $7 \cdot (-4) - 1 =$ ....

dla $x = 5$ ....

dla $x = 0$ ....

b) Oblicz wartość wyrażenia $6 - x$:

dla $x = 3$ ....

dla $x = -2$ ....

dla $x = 0$ ....

c) Oblicz wartość wyrażenia $x(9 - x)$:

dla $x = 5$ ....

dla $x = 8$ ....

dla $x = -3$ ....

d) Oblicz wartość wyrażenia $8 - 4x$:

dla $x = 3$ ....

dla $x = -3$ ....

dla $x = \frac{1}{4}$ ....

3. Wykonując rachunki w pamięci, oblicz wartości podanych wyrażeń algebraicznych dla $x = 1$, $x = 0$ i $x = -1$.

	$6x$	$3x - 1$	$(x - 1)(x + 1)$	$4 - x$
wartość dla $x = 1$	....	....	....	....
wartość dla $x = 0$	....	....	....	....
wartość dla $x = -1$	....	....	....	....

Karta pracy:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

1. Wyrażenie $10 - 3y$ dla $y = 2$ ma wartość:

A. 6 B. 7 C. 4 D. 14

2. Oblicz wartości wyrażeń algebraicznych:

a) $7x + 5$ dla $x = 6$
b) $3y + 10$ dla $y = -5$
c) $4(6 - n)$ dla $n = 0$
d) $7 - 12p$ dla $p = \frac{1}{4}$

3. Uzupełnij tabelkę.

x	8	7,5	-2
$x - 5$			

4. Oceń prawdziwość zdań. Wstaw znak X w odpowiednią kratkę.

Wyrażenie $3x + 3$ dla $x = -1$ przyjmuje wartość 0. ☐ prawda ☐ fałsz

Wyrażenie $8(x - 3)$ dla $x = 7$ przyjmuje wartość 40. ☐ prawda ☐ fałsz

5. Które z podanych wyrażeń przyjmują dla $a = 2$ wartość -2?

$4 - a$ $\quad -2(a - 1)$ $\quad 3a + 4$

A. tylko trzecie
B. tylko pierwsze i drugie
C. tylko drugie
D. tylko pierwsze i trzecie

6. Oblicz wartości wyrażeń algebraicznych:

a) $3x + 4$ dla $x = -4$
b) $-8 - 2y$ dla $y = 5$
c) $2x + 3y - 6$ dla $x = -3$ i $y = 2$
d) $\frac{1}{3}a(a - 2)$ dla $a = 9$

7. Wyrażenie $2(3 - x)$ przyjmuje wartość 1 dla:

A. $x = -4,5$ B. $x = 4,5$ C. $x = 4$ D. $x = 2,5$

8. Liczbę przekątnych wielokąta o n bokach można obliczyć ze wzoru $\frac{n(n-3)}{2}$. O ile więcej przekątnych ma piętnastokąt niż dwunastokąt?

9. Oblicz wartość wyrażenia dla podanej wartości zmiennej:
$3b - 5 - 3 + 5b - 7b - 4 - 1,5$ dla $b = 2,5$

Zbiór zadań dla klasy 8-GWO

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Potęgi i pierwiastki.

Definicja potęgi o wykładniku naturalnym

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ razy}}$$

Wzory działań na potęgach

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Wzory działań na pierwiastkach

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

https://pistacja.tv/wideolekcje/matematyka/szkola-ponadpodstawowa/liczby-rzeczywiste/plmat106-potegi-i-pierwiastki

Zadania

Oblicz.

a) $\sqrt{81} + \sqrt{25}$ b) $\sqrt{0{,}49} + \sqrt{0{,}64}$ c) $\sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{1}{16}}$ d) $\sqrt{\frac{1}{9}} - \sqrt{\frac{1}{100}}$

Oblicz.

a) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$ e) $\sqrt{28} \cdot \sqrt{63}$ g) $\sqrt{30} \cdot \sqrt{480}$

b) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{8}$ d) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{50}$ f) $\sqrt{45} \cdot \sqrt{20}$ h) $\sqrt{80} \cdot \sqrt{180}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Oblicz.

a) $\sqrt{121}+\sqrt{49}-\sqrt{225}$
b) $\sqrt{196}-\sqrt{169}-\sqrt{144}$
c) $\sqrt{0{,}25}+\sqrt{1{,}44}+\sqrt{6{,}25}$
d) $\sqrt{3{,}61}-\sqrt{1{,}21}-\sqrt{0{,}09}$
e) $\sqrt{\frac{81}{400}}+\sqrt{\frac{9}{100}}-\sqrt{\frac{64}{25}}$
f) $\sqrt{3\frac{6}{25}}-\sqrt{2\frac{1}{4}}+\sqrt{1\frac{7}{9}}$

Oblicz.

a) $3^9\cdot 3^{-6}$
b) $0{,}5^3\cdot 0{,}5^7$
c) $(2^5)^{-2}$
d) $(0{,}25^{-1})^{-4}$
e) $5^{-9}:5^{-11}$
f) $4:4^{-4}$
g) $6^5:3^5$
h) $10^{10}:5^{10}$
i) $6^3\cdot 2^{-5}$
j) $10^4\cdot 5^{-2}$

Podaj konieczne założenia i uprość wyrażenie.

a) $a^3\cdot a^5\cdot a^{-6}$
b) $(a^8\cdot a^{-3}):a^2$
c) $(a^4:a^{-1})\cdot a^{-3}$
d) $(a^7:a^{-2}):a^{-4}$
e) $(a^{-1}\cdot a^6)^{-2}\cdot(a^{-3})^2$
f) $(a^5:a^{-4})^2:(a^{-4})^{-1}$

Oblicz.

a) $6^{-3}\cdot 6^5$
b) $4^{-8}\cdot 4^6$
c) $0{,}5^{-4}\cdot 0{,}5^{-1}$
d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-5}$
e) $5^7:5^{10}$
f) $7^{-4}:7^{-6}$
g) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}:\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$
h) $\left(\frac{3}{8}\right)^7:\left(\frac{3}{8}\right)^8$
i) $(3^6)^{-2}\cdot 3^{10}$
j) $(6^{-2})^5\cdot 6^8$
k) $(4^{-3})^{-4}:4^9$
l) $(8^4)^{-2}:8^{-10}$

Oblicz wartość wyrażenia dla $a=\frac{3}{4}$ i $b=\frac{8}{9}$.

a) $\dfrac{(ab)^{-1}}{b^{-2}a^{-2}}$
b) $\dfrac{a^5b^{-2}}{(b^{-1}a)^3}$
c) $\dfrac{ab^2\cdot(ab)^{-3}}{(a^0b^{-1})^{-1}}$
d) $\dfrac{(a^7b^{-2}):b^3}{(a^8:a^{-3})\cdot(b^{-2})^2}$
e) $\dfrac{(a^{-1}b^2)^{-3}a^{-2}b^5}{a^2:(ab)^3}$
f) $\dfrac{(a^{-2}b)\cdot(a^3b^4)^{-1}}{(a^2b^{-3}):(a^5b^{-1})}$

Działania na liczbach wymiernych

Liczba wymierna - to taka liczba, którą można zapisać w postaci ułamka zwykłego, czyli w postaci:

$$\frac{p}{q}$$

gdzie:

p - to dowolna liczba całkowita

q - to liczba całkowita różna od 0 (ponieważ nie wolno dzielić przez zero).

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1.

Liczba $\frac{3}{4}$ jest wymierna, ponieważ jest zapisana w postaci ułamka zwykłego.

Każda liczba całkowita jest wymierna.

Każdą liczbę całkowitą można zapisać za pomocą ułamka na dowolnie wiele sposobów.

Przykład 2.

Liczba 1 jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{4}{4} = \frac{17}{17} = \ldots$$

Przykład 3.

Liczba 5 jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{60}{12} = \ldots$$

Przykład 4.

Liczba -3 jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$-3 = \frac{-3}{1} = \frac{-6}{2} = \frac{900}{-300} = \ldots$$

Przykład 5.

Liczba 0 jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \ldots$$

Przykład 6.

Liczba $1\frac{7}{8}$ jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$1\frac{7}{8} = \frac{15}{8}$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 7.

Liczba $0,(3)$ jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$0,(3) = \frac{1}{3}$$

Przykład 8.

Liczba $\sqrt{4}$ jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$\sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}$$

Przykład 9.

Liczba $\sqrt[3]{125}$ jest wymierna, ponieważ można ją zapisać w postaci ułamka zwykłego:

$$\sqrt[3]{125} = 5 = \frac{5}{1}$$

Przykład 10.

Liczbami **nie**wymiernymi są np.: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi$.

Zadania

Oblicz.

a) $\dfrac{2\frac{1}{6}}{1\frac{4}{9}}$ c) $\dfrac{1\frac{5}{12}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}$ e) $\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{8}}$ g) $\dfrac{2\frac{1}{4}-3\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}+\frac{1}{2}}$

b) $\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}}$ d) $\dfrac{2-\frac{1}{3}}{2-\frac{1}{2}}$ f) $\dfrac{\frac{1}{2}-1\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}-1\frac{1}{5}}$ h) $\dfrac{3\frac{1}{2}-2\cdot\frac{3}{4}}{2\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}-2}$

Oblicz.

a) $1\frac{3}{5}-2\frac{1}{6}$ d) $\frac{7}{6}+\left(-\frac{5}{4}-\frac{4}{3}\right)$ g) $1\frac{5}{8}-\left(-2\frac{2}{3}+0,25\right)$

b) $3\frac{3}{8}+2\frac{5}{6}$ e) $-\left(-2\frac{2}{3}\right)+\frac{7}{15}$ h) $1\frac{2}{5}-3\frac{7}{8}-0,125$

c) $\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)$ f) $-1\frac{9}{16}+\frac{11}{12}$ i) $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Oblicz.

a) $-2\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{27}{28}\right)$ b) $3\frac{1}{2} - 3\frac{1}{6} : \left(-2\frac{1}{9}\right)$ c) $-1\frac{1}{7} \cdot 1\frac{11}{24} : \frac{3}{5}$

Oblicz.

a) $1\frac{5}{12} - \frac{9}{8} - 2\frac{5}{6}$ c) $2\frac{2}{9} - 3\frac{5}{6} + 5\frac{1}{3}$

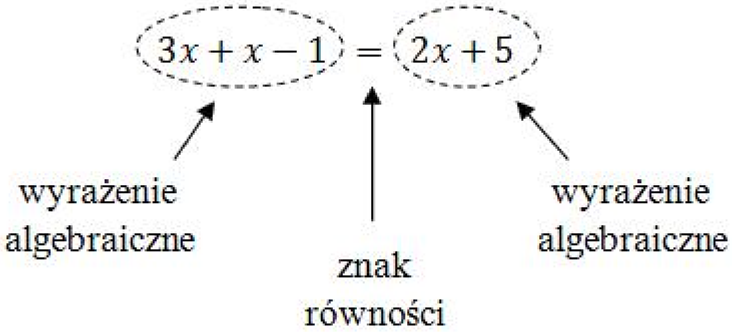
b) $6\frac{3}{4} - 2\frac{2}{3} - 3\frac{1}{6}$ d) $2\frac{2}{9} + 1\frac{5}{12} - \frac{7}{8}$

Rozwiązywanie równań

Umiejętność rozwiązywania równań jest w matematyce bardzo ważna. Za ich pomocą można rozwiązywać wiele skomplikowanych zadań. Żeby nauczyć się rozwiązywać równania, warto wcześniej dobrze zrozumieć wyrażenia algebraiczne.

Najprostszymi równaniami są właśnie równania liniowe.

Równanie - to dwa wyrażenia algebraiczne połączone znakiem równości, np.



Każde równanie ma **lewą** i **prawą** stronę.

Rozwiązanie równania polega na znalezieniu takiej liczby x, która po podstawieniu do równania, da po prawej i po lewej stronie taki sam wynik.

Żeby rozwiązać równanie, to należy przekształcanie je w taki sposób, żeby po jednej jego stronie stała tylko sama niewiadoma x, a po drugiej stronie tylko liczba.
Doprowadzić do takiej sytuacji można poprzez:

- Dodawanie lub odejmowanie od obu stron równania takiej samej liczby (lub wyrażenia z x-em).

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- Dzielenie lub mnożenie obu stron równania przez tą samą liczbę.

Przykład 1.
Rozwiąż równanie 3x+x−1=2x+5.
Rozwiązanie:
Na początku uprościmy lewą stronę równania dodając wyrażenia z x-em:

3x+x−14x−1=2x+5=2x+5

Teraz od obu stron równania odejmiemy wyrażenie 2x, żeby po prawej stronie pozbyć się wyrażeń z x-em.

4x−1−2x2x−1=2x+5−2x=5

Teraz do obu stron równania dodamy liczbę 1, żeby po lewej stronie zostało samo wyrażenie z x-em.

2x−1+12x=5+1=6

Teraz dzielimy obie strony równania przez liczbę 2, żeby po lewej stronie został sam x.

2x=6//:2=3

Odpowiedź: Rozwiązaniem równania jest liczba x=3.

Zadania

Rozwiąż równanie.

a) $2x + 4 = 9$
b) $-3x + 6 = 7$
c) $4x + 3 = 2x - 9$
d) $x - 6 = 5x - 2$
e) $2x + \frac{1}{3} = 1\frac{2}{3} - 2x$
f) $\frac{1}{2} - 3x = 6{,}5 + \frac{1}{2}x$

Rozwiąż równanie.

a) $\frac{4x-1}{3} = 5$
b) $\frac{2-3x}{4} = 1$
c) $\frac{6x+1}{5} = x$
d) $3 - x = \frac{2x-3}{2}$
e) $\frac{2x-1}{2} = \frac{1-x}{4}$
f) $\frac{x-3}{2} = \frac{x-2}{3}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Rozwiąż równanie.

a) $3(2x-7)-(7x-13)=-10$

b) $-2(-27-3x)=-3(2x-10)$

c) $6-2(2x-\frac{1}{2})=4x-2(\frac{3}{4}-3x)$

d) $3x=x-(1-(x-3))$

e) $5x-(2x+(3-x))=11$

f) $1-(x-(x-(x-1)))=0$

Etapy rozwiązywania zadań tekstowych

Niektóre zadania tekstowe można rozwiązać zarówno arytmetycznie, wykonując różne działania, jak i za pomocą równań. Są także takie zadania, które najprościej rozwiązuje się układając i rozwiązując odpowiednie równanie. Po przeczytaniu zadania nie zawsze od razu wiemy, jak je rozwiązać, dlatego ważny jest zapis danych i kolejnych etapów rozwiązania.
Jeżeli zadanie tekstowe rozwiązujemy za pomocą równania, to trzeba zwrócić szczególną uwagę na poprawny zapis rozwiązania. Najlepiej jest wtedy stosować się do pewnego schematu i po uważnym przeczytaniu treści pokonywać kolejne **etapy rozwiązywania zadania**:

1. Ustal niewiadomą w zadaniu, oznacz ją dowolną literą, np. x.

2. Wykorzystaj dane z zadania i niewiadomą, zapisuj i opisuj różne wyrażenia algebraiczne aż pojawią się dwa oznaczające to samo.

3. Ułóż równanie opisujące sytuację z zadania.

4. Rozwiąż równanie.

5. Sprawdź z warunkami zadania, czy rozwiązanie jest poprawne.

6. Sformułuj odpowiedź do zadania.

Zadania.
1.Ewa miała 125 zł. Kupiła 70 róż i zostało jej 34 zł. Ile kosztowała jedna róża?
2.Do pracowni komputerowej zakupiono 88 nowych monitorów i 66 drukarek za łączną kwotę 9400zł. Drukarka była o 300zł3ł tańsza niż monitor. Cenę monitora wynosiła ?

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

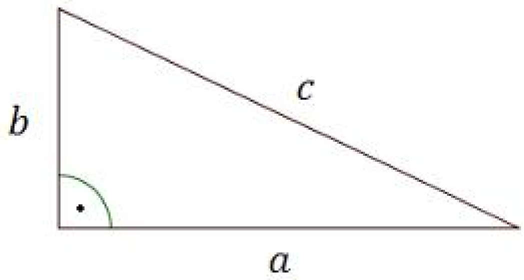
3.Marcin przebywa autobusem 3/4 drogi do jeziora, a pozostałą część piechotą. Oblicz odległość między domem Marcina, a jeziorem, jeżeli trasa, którą przebywa pieszo, jest o 8km krótsza niż trasa, którą przebywa autobusem.
4.W domu kultury zorganizowano konkurs recytatorski. Dla uczestników kupiono nagrody: książki i e-booki. Książki stanowiły 2/3 liczby kupionych nagród. E-booków było o 8 mniej niż książek. Ile kupiono książek?
5.Adam zamówił bukiet złożony tylko z goździków i róż, w którym goździków było 22 razy więcej niż róż. Jedna róża kosztowała 4zł, a cena jednego goździka wynosiła 3złł. Czy wszystkie kwiaty w tym bukiecie mogły kosztować 35złł? Uzasadnij odpowiedź.
6.W wypożyczalni Gierka za wypożyczenie gry planszowej trzeba zapłacić 8zł za 3 dni i dodatkowo po 2,50zł za każdy kolejny dzień wypożyczenia. Natomiast w wypożyczalni Planszówka płaci się 12zł za 3 dni i po 2zł za każdy kolejny dzień. Przy jakiej liczbie dni koszty wypożyczenia tej gry w jednej i drugiej wypożyczalni są jednakowe?
7.Pan Jan wybrał z bankomatu 2900zł. Na tę kwotę składały się łącznie 22 banknoty 200-złotowe i 100-złotowe. Ile banknotów 100-złotowych pan Jan wybrał z bankomatu? Zapisz obliczenia.
8.Z okazji dnia sportu w godzinach od 9:00 do 12:00 przeprowadzono połowę z wszystkich konkurencji zaplanowanych na cały dzień, a między 12:00 a 14:00 – jeszcze 13 pozostałych. O godzinie 14:00 z powodu deszczu zakończono zawody. W tym dniu nie przeprowadzono 12 zaplanowanych konkurencji. Ile konkurencji planowano przeprowadzić podczas całego dnia sportu?

Twierdzenie Pitagorasa

Twierdzenie Pitagorasa najczęściej wykorzystujemy do obliczenia długości trzeciego boku trójkąta prostokątnego, w sytuacji gdy znamy długości dwóch pozostałych boków.

Jeśli trójkąt jest prostokątny, to suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej.

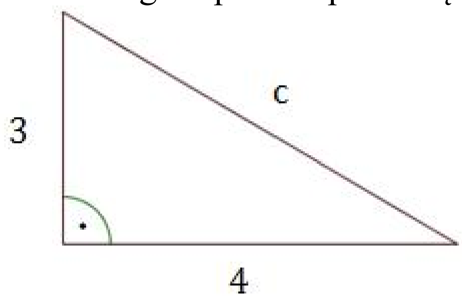
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



$$a^2 + b^2 = c^2$$

Przykład 1.

Oblicz długość przeciwprostokątnej poniższego trójkąta prostokątnego.



Rozwiązanie:

Oznaczamy długość przeciwprostokątnej np. literką c. Układamy równanie z Twierdzenia Pitagorasa:

$$4^2 + 3^2 = c^2$$

Rozwiązujemy równanie:

$$16 + 9 = c^2$$

$$25 = c^2$$

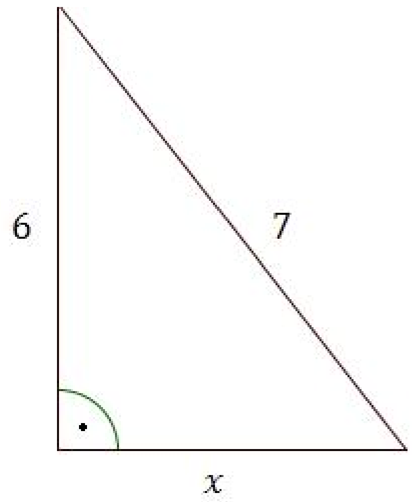
$$c^2 = 25$$

$$c = 5$$

Przykład 2.

Oblicz długość trzeciego boku trójkąta przedstawionego na rysunku.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Rozwiązanie:
Oznaczamy długość nieznanej przyprostokątnej np. literką x. Układamy równanie z Twierdzenia Pitagorasa:

$$x^2 + 6^2 = 7^2$$

Rozwiązujemy równanie:

$$x^2 + 36 = 49$$

$$x^2 = 49 - 36$$

$$x^2 = 13$$

$$x = \sqrt{13}$$

Zadania

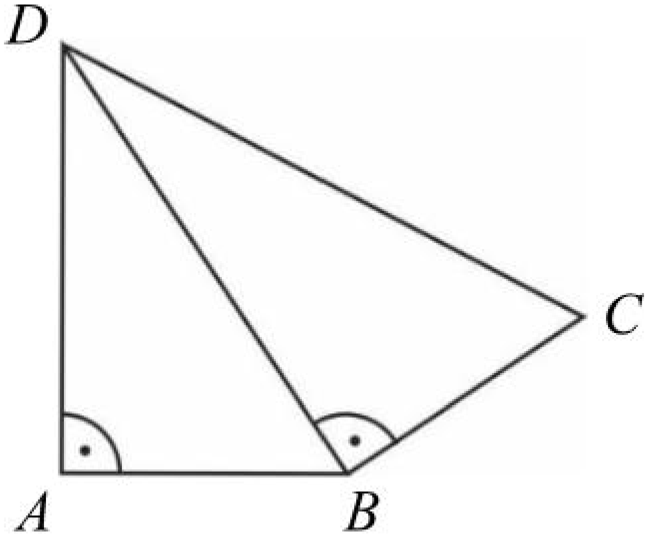
1. Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 6, a ramię ma długość 5. Wysokość opuszczona na podstawę ma długość?
2. W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości $\sqrt{5}$ i 3. Obwód tego trójkąta jest równy?
3. W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC|=|BC|=5$ oraz wysokość $|CD|=2$. Podstawa AB tego trójkąta ma długość?
4. W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości 5 i 7. Obwód tego trójkąta jest równy?
5. Oblicz pole trójkąta równoramiennego ABC, w którym $|AB|=24$ i $|AC|=|BC|=13$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

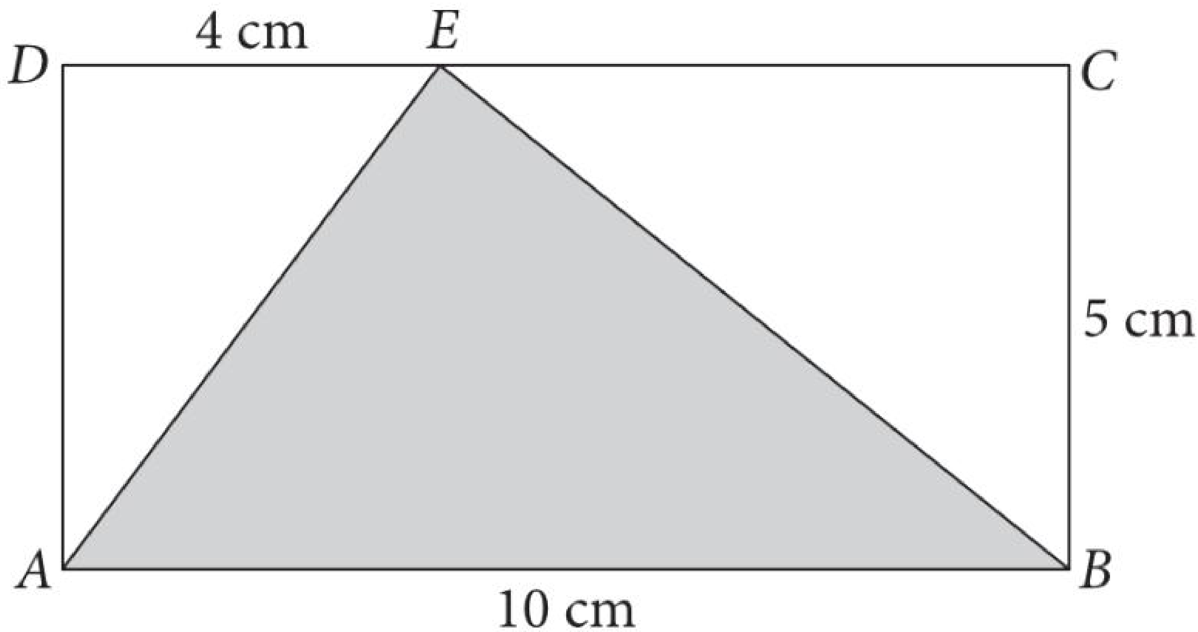
Fundusze Europejskie Program Regionalny
SAMORZĄD WOJEWÓDZTWA WIELKOPOLSKIEGO
Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

Zastosowanie Twierdzenia Pitagorasa

- Na rysunku przedstawiono czworokąt zbudowany z dwóch trójkątów prostokątnych. Dane są długości boków $|AB|=|BC|=1$ oraz $|AD|=\sqrt{2}$.Oblicz bok CD



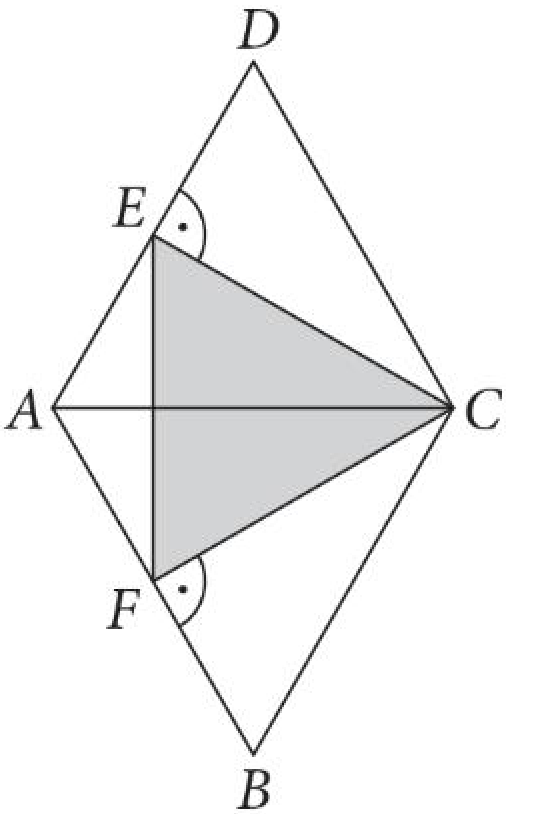
- Dany jest prostokąt ABCD o bokach długości 5cm i 10cm. Na boku CD, w odległości 4cm od punktu D, zaznaczono punkt E, który połączono z punktami A i B tak, jak na rysunku.



Czy trójkąt ABE jest prostokątny?

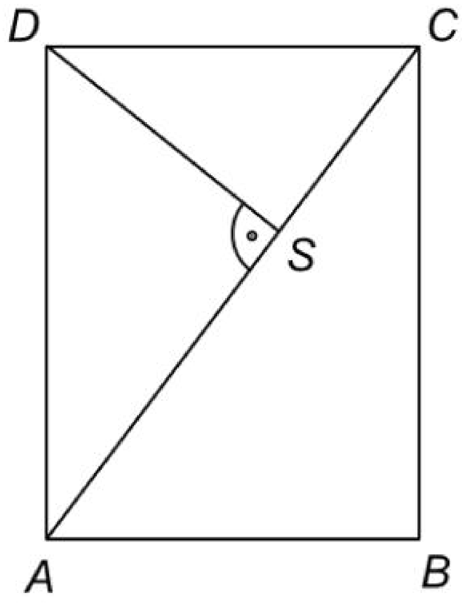
- Dwa trójkąty równoboczne o boku 4cm sklejono podstawami. W każdym z tych trójkątów poprowadzono wysokości CE i CF (jak na rysunku)

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Uzasadnij, że trójkąt EFC jest równoboczny, i oblicz jego pole.

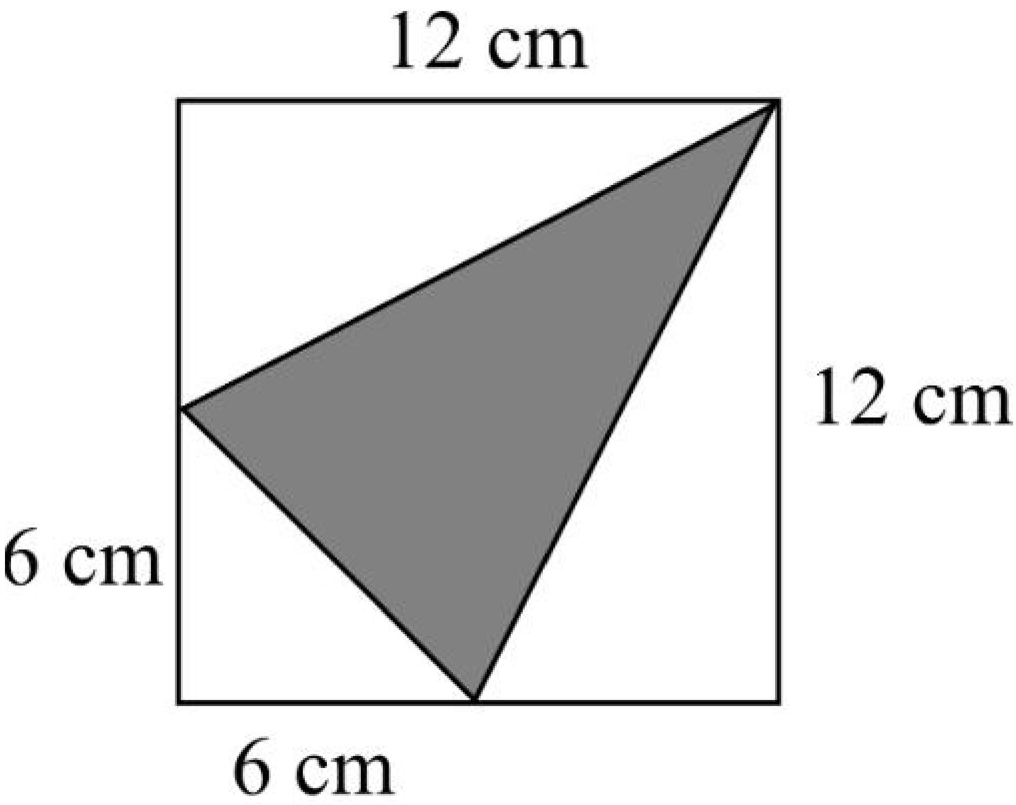
- Dany jest prostokąt ABCD o wymiarach 12cm i 16cm. Odcinek AC jest przekątną tego prostokąta. Odcinek DS jest wysokością trójkąta ACD (patrz rysunek).



Oblicz długość odcinka DS.

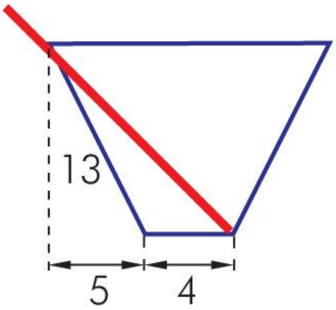
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- Pole zamalowanego trójkąta jest równe:



- Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 10cm. W tym trójkącie poprowadzono wysokość CD. Obwód trójkąta ADC jest równy:

- Jaką długość powinna mieć rurka włożona do szklanki, aby – przy takim ułożeniu jak na rysunku – wystawała ze szklanki na mniej więcej 3 cm? (Wymiary na rysunku podano w centymetrach).



- Drabina opiera się o budynek na wysokości 3 m. Jej dolny koniec jest odsunięty od ściany o 2 m. Jaka jest długość drabiny?

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- Ze statku stojącego na kotwicy spuszczono dwie szalupy. Pierwsza popłynęła na zachód z prędkością 9 km/h, druga na południe z prędkością 12 km/h. Jaka odległość będzie dzieliła te szalupy po upływie dwóch godzin?
- Przekątna kwadratu jest o 2 cm dłuższa od jego boku. Jaki obwód ma ten kwadrat?
- Pan Jan uzyskał pozwolenie na tymczasowe doprowadzenie energii elektrycznej do swojego placu budowy. Odległość między słupem trakcji elektrycznej i słupem na placu budowy jest równa 15 m, a wysokości przyłączeń przewodu elektrycznego na słupach są równe odpowiednio 16 m i 10 m. W promocji można było kupić zwoje przewodów o długościach: 15 m, 16 m, 17 m i 18 m. Pan Jan wykorzystał okazję i kupił zwój dłuższy od odległości między obydwoma miejscami przyłączenia przewodu o mniej niż metr. Oblicz długość przewodu kupionego przez pana Jana. Napisz obliczenia.
- Przy wejściu do namiotu ustawiono maszt o długości 2 m. Czy maszt ten ustawiono pionowo?
- Latawiec wykonany przez Marka ma kształt rombu, w którym długość boku wynosi 5 dm, a jedna z przekątnych ma długość 8 dm. Oblicz długość drugiej przekątnej tego rombu.

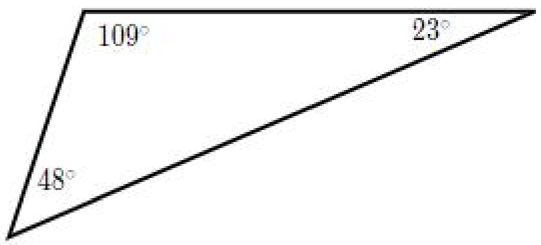
Kąty w trójkątach.

Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta

Kąt wewnętrzny jest utworzony przez boki wielokąta i znajduje się wewnątrz figury.

W *każdym* trójkącie suma miar wewnętrznych kątów jest równa 180 **.**

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



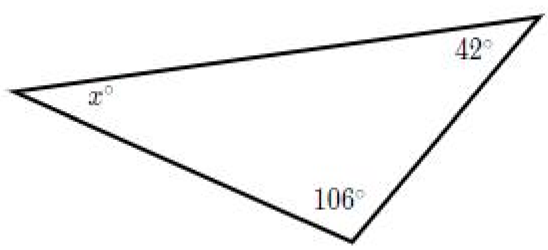
$$109^\circ + 23^\circ + 48^\circ = 180^\circ$$

Wyznaczanie nieznanej miary kąta

Skoro miary kątów wewnętrznych trójkąta zawsze sumują się do 180◦ 180◦ 180, degrees, możemy wykorzystać tę równość do wyznaczania nieznanej miary kąta.

Przykład:

Wyznacz wartość x w trójkącie przedstawionym poniżej.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Możemy wykorzystać następujące równanie:

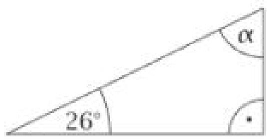
$$x^\circ + 42^\circ + 106^\circ = 180^\circ$$

Nieznana miara kąta to 180° odjąć miary dwóch pozostałych kątów:

$$x^\circ = 180^\circ - 106^\circ - 42^\circ$$
$$x = 32$$

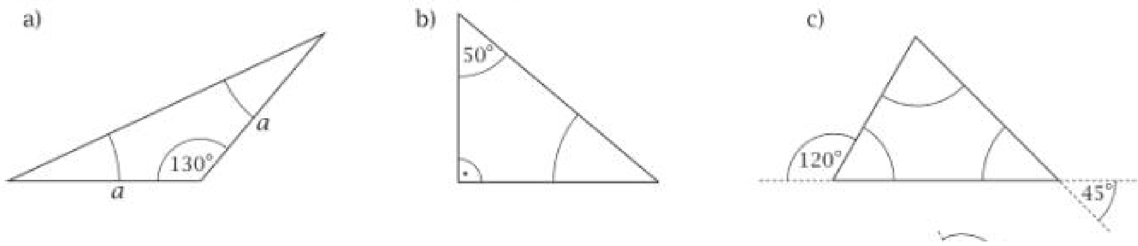
Nieznany kąt ma miarę 32°.

1. Kąt α w trójkącie przedstawionym na rysunku obok ma miarę:



A. 64° B. 74° C. 26° D. 54°

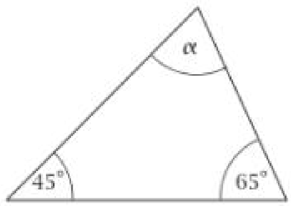
2. Wpisz miary kątów zaznaczonych łukami.



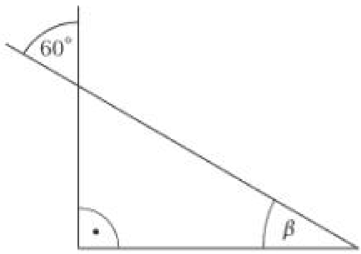
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

W trójkącie prostokątnym jeden z kątów ostrych jest o 30° mniejszy od drugiego kąta ostrego. Jakie miary mają kąty tego trójkąta?

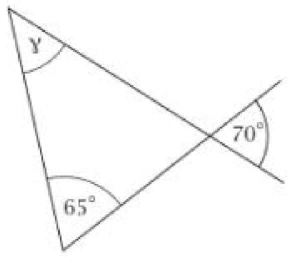
Podaj miary kątów α, β, γ.



$\alpha =$ ....



$\beta =$ ....



$\gamma =$ ....

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020