Fundusze Europejskie
Program Regionalny

SAMORZĄD WOJEWÓDZTWA WIELKOPOLSKIEGO

Unia Europejska
Europejski Fundusz Społeczny

Zajęcia dodatkowe dla uczniów
Szkoły Podstawowej nr 3 im. Adama Mickiewicza w Szamotułach

Tytuł zajęć

„W labiryncie wiedzy"- zajęcia rozwijające.

Autor/Autorzy opracowania
Iwona Błoch
…………………………

Niniejszy skrypt/scenariusz powstał na potrzeby realizacji Projektu nr RPWP.08.01.04-30-0005/19 pn.: „*ENIGMA – Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań*"

Poznań 2022

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

PROGRAM ZAJĘĆ

L.p	Tematy zajęć	Liczba godzin
1.	Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	5
2.	Potęgowania liczb.	1
3.	Rozwinięcie ułamków dziesiętnych.	1
4.	Proste i odcinki.	1
5.	Koła i okręgi.	1
6.	Trójkąty	1
7.	Czworokąty i inne wielokąty	2
8.	Kąty. Mierzenie kątów	2
9.	Kąty w trójkątach i czworokątach	2
10.	Droga, prędkość i czas	3
11.	Kalendarz i czas	1
12.	Jednostki długości i masy.	1
13.	Procenty i ułamki	1
14.	Jaki to procent?	1
15.	Diagramy procentowe	1
20.	Zapisywanie wyrażeń algebraicznych	1
21.	Rozwiązywanie równań	4
25.	Obliczanie liczby, gdy dany jest procent	1
	Razem	30

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

1. Ułamki dziesiętne.

Ułamki dziesiętne zapisujemy przy pomocy cyfr i przecinka np. 0,25
Każdy skończony ułamek dziesiętny można zapisać w postaci ułamka zwykłego, z mianownikiem równym potędze liczby 10.

1. $0{,}1 = \frac{1}{10}$
2. $2{,}34 = \frac{234}{100}$
3. $-5{,}107 = -\frac{5107}{1000}$

Po zamianie ułamka dziesiętnego na zwykły, często ułamek zwykły można jeszcze skrócić.

1. $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
2. $1{,}25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$
3. $2{,}2 = \frac{22}{10} = \frac{11}{5}$

Jak czytamy ułamki dziesiętne?
Gdy po przecinku występuje jedna cyfra, to czytamy "dziesiątych", jeśli dwie, to "setnych", jeśli trzy, to "tysięcznych".

- 0,1 czytamy "jedna dziesiąta"
- 2,34 czytamy "dwa i trzydzieści cztery setne"
- −5,107 czytamy "minus pięć i sto siedem tysięcznych"

Proste działania na ułamkach dziesiętnych można wykonywać w głowie. Wystarczy dodać oddzielnie części całkowite i oddzielnie części ułamkowe.

Przykład 1.

- 0,1+0,3=0,4
- 1,4+2,5=3,9
- 11,7−0,3=11,4
- 6,9−3,5=3,4

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Bardziej skomplikowane działania można wykonać pisemnie.
W tym celu zapisujemy dwa ułamki w słupku w taki sposób, aby przecinek jednego ułamka znalazł się pod przecinkiem drugiego ułamka. Jeżeli ułamki mają różną liczbę cyfr po przecinku, to do "krótszego" ułamka dopisujemy tyle zer, żeby części ułamkowe były równej długości.
W wyniku końcowym przecinek przepisujemy w tym samym miejscu, w którym występował w liczbach dodawanych.

Przykład 2.

- `1,8+3,9=5,7`

  Teraz to samo działanie wykonamy w sposób pisemny:

  $$\begin{array}{r} 1{,}8 \\ +\ 3{,}9 \\ \hline 5{,}7 \end{array}$$

- `5,317+2,42=7,737`

  Teraz dodamy te dwa ułamki w sposób pisemny:

  $$\begin{array}{r} 5{,}317 \\ +\ 2{,}420 \\ \hline 7{,}737 \end{array}$$

  uzupełniamy puste miejsce zerem

- `3,1+9,523=12,623`

  Teraz dodamy te dwa ułamki w sposób pisemny:

  $$\begin{array}{r} 3{,}100 \\ +\ 9{,}523 \\ \hline 12{,}623 \end{array}$$

  uzupełniamy puste miejsce zerami

- `0,2+12,998=13,198`

  Teraz dodamy te dwa ułamki w sposób pisemny:

  $$\begin{array}{r} 0{,}200 \\ +\ 12{,}998 \\ \hline 13{,}198 \end{array}$$

  uzupełniamy puste miejsce zerami

- `15,3−7,211=8,089`

  Teraz odejmiemy te dwa ułamki w sposób pisemny:

  $$\begin{array}{r} 15{,}300 \\ -\ \ 7{,}211 \\ \hline 8{,}089 \end{array}$$

  uzupełniamy puste miejsce zerami

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Mnożenie ułamków dziesiętnych

Ułamki dziesiętne można mnożyć pisemnie. W tym celu:

- Zapisujemy dwa ułamki w słupku, jeden pod drugim, tak aby były wyrównane do prawego marginesu.
  Na przecinek nie zwracamy na razie uwagi.
- Wykonujemy mnożenie.
- W otrzymanym wyniku przecinek wstawiamy odliczając tyle cyfr od końca, ile łącznie stoi w obu dodawanych ułamkach po przecinku.

Przykład 1.

- $1,8 \cdot 3,9 = 7,02$

Teraz to samo mnożenie wykonamy w sposób pisemny:

$$\begin{array}{r} 1,8 \\ \cdot\ 3,9 \\ \hline 162 \\ +\ \ 54 \\ \hline 7,02 \end{array}$$

W obu ułamkach mamy po jednej cyfrze po przecinku.

Zatem w ostatecznym wyniku odliczamy od końca dwie cyfry i stawiamy przecinek.

Dzielenie ułamków dziesiętnych

Przed rozpoczęciem nauki dzielenia pisemnego ułamków, trzeba nauczyć się dzielić pisemnie liczby całkowite.

Dzielenie pisemne ułamków dziesiętnych omówimy na następującym przykładzie.

Przykład 1.

Podziel pisemnie ułamki $124,28 : 5,2$.

<u>Rozwiązanie:</u>

Na początku w obu ułamkach przesuwamy przecinek w prawo o tyle miejsc, aby z dzielnika zrobiła się liczba całkowita: $124,28 : 5,2 = 1242,8 : 52$ Nad dzielną rysujemy kreskę i wykonujemy zwykłe dzielenie pisemne liczb (tak jakby nie było

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$$
\begin{array}{r}
\underline{23{,}9}\\
1242{,}8 :\ 52\\
\underline{-104\phantom{2{,}8 :\ 52}}\\
202\phantom{{,}8 :\ 52}\\
\underline{-156\phantom{{,}8 :\ 52}}\\
468\\
\underline{-468}\\
==
\end{array}
$$

przecinka). W ostatecznym wyniku stawiamy przecinek dokładnie nad przecinkiem z dzielnej.

2.Ułamki zwykłe.

Z ułamkami spotykamy się na co dzień, już od najmłodszych lat – bawiąc się klockami, układając puzzle, jedząc tort lub pizzę. Kiedy jednak ułamki wkraczają do szkolnego podręcznika, często sprawiają nam problemy. Podpowiadamy, jak sobie z nimi poradzić i jak je zrozumieć. Oczywiście na luzie!

Ułamki zwykłe – definicja

Czym jest ułamek zwykły? Aby to zrozumieć, przyjrzyj się słowu *ułamek*, pochodzącemu od słowa *ułamywać*, czyli odłączać określoną część od całości. Co możesz ułamać? Na przykład kawałek czekolady. Kiedy to zrobisz, rozdzielisz całość, jaką stanowiła tabliczka i uzyskasz dwa ułamki.

Jeżeli nie przepadasz za słodyczami, w analogiczny sposób możesz pomyśleć o pizzy podzielonej na kawałki. Jeżeli zjesz ich kilka, na stole pozostanie ułamek całości, np. pięć z ośmiu kawałków.
Podsumowując, ułamek to sposób na przedstawienie czegoś niepełnego.

Ułamek zwykły składa się z trzech elementów:

- Kreski ułamkowej – znajduje się pomiędzy liczbami.
- Licznik ułamka – znajduje się nad kreską ułamkową, czyli na górze. Na przedstawionym przykładzie jest to liczba 2.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- Mianownik ułamka – znajduje się pod kreską ułamkową, czyli na dole. Na przedstawionym przykładzie jest to liczba 5.

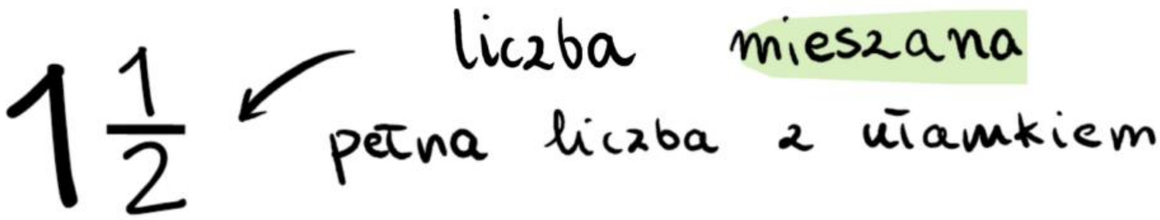
1.

Ułamki zwykłe dzielą się na właściwe i niewłaściwe.

Ułamki właściwe to takie, których licznik jest mniejszy od mianownika. Zawsze są mniejsze od 1. **Ułamki niewłaściwe** to takie, których licznik jest większy lub równy mianownikowi. W przeciwieństwie do ułamków zwykłych właściwych są one równe lub większe od 1.

Zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy

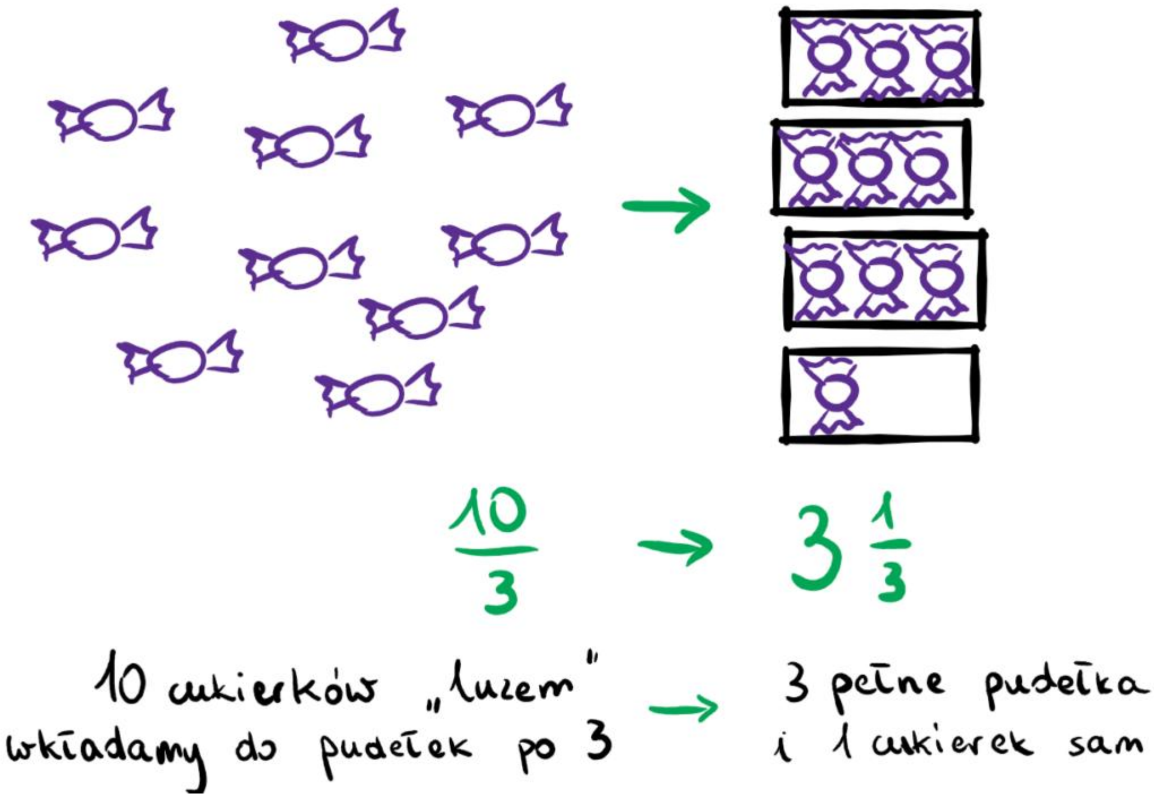
Połączenie liczby (całości) oraz ułamka zwykłego określamy jako **liczbę mieszaną**.



Zamiana ułamka niewłaściwego na liczbę mieszaną to wkładanie czekoladek do pudełek.

Wyobraź sobie, że masz 10 czekoladek (czyli 10/3 – ułamek niewłaściwy) i 4 pudełka. W każdym mieszczą się 3 czekoladki. Jeżeli rozłożysz czekoladki do pudełek, otrzymasz 3 całości oraz pudełko zapełnione w 1/3, czyli liczbę mieszaną 3 1/3.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Zamiana liczby mieszanej na ułamek niewłaściwy przebiega odwrotnie i przypomina wyjmowanie czekoladek z pudełek.

Wyobraź sobie, że masz 4 pudełka czekoladek. W 3 pudełkach znajdują się po 3 cukierki – co odpowiada 3 całościom – w ostatnim 1 cukierek, czyli 1/3 pudełka. Kiedy wyjmiesz wszystkie czekoladki, otrzymasz ułamek 10/3.

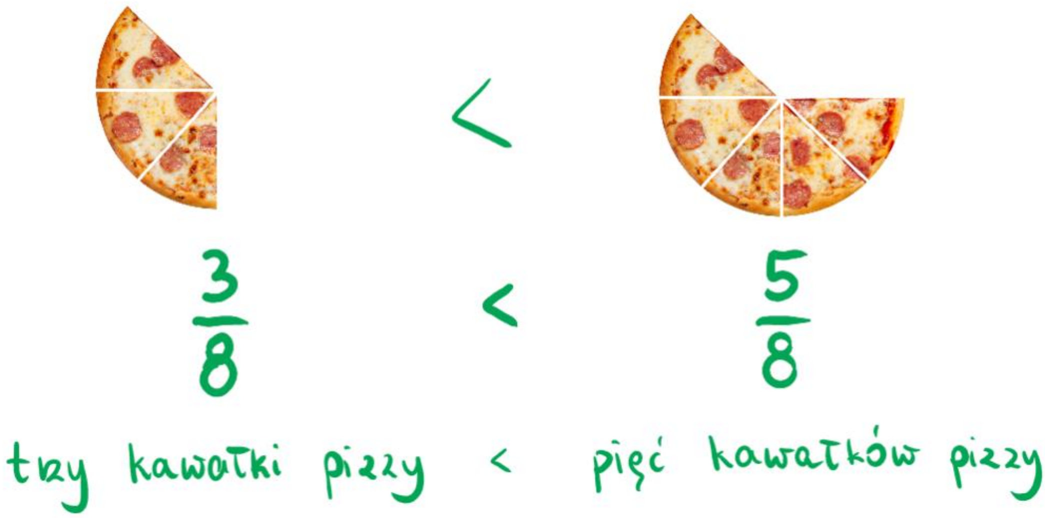
Porównywanie ułamków zwykłych

Jak stwierdzić, który ułamek jest większy?

Aby **porównać dwa ułamki zwykłe**, które mają **takie same mianowniki**, np. 1/3 i 2/3, spójrz do góry, czyli na licznik. Większy ułamek to ten, którego licznik przedstawia większą liczbę.

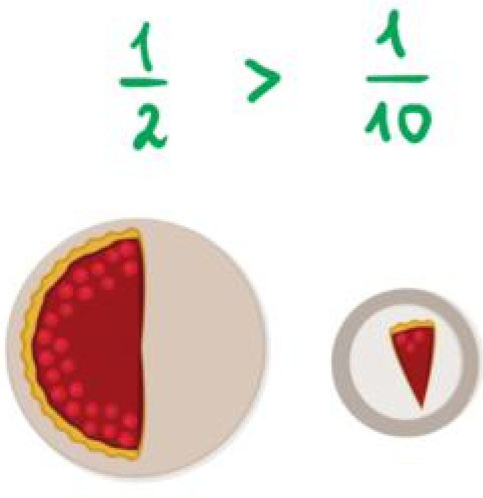
Pięć kawałków pizzy to więcej, niż trzy kawałki.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Pięć kawałków pizzy to więcej, niż trzy kawałki.

Aby **porównać dwa ułamki zwykłe**, które mają **takie same liczniki**, np. 1/3 i 1/4, spójrz do dołu, czyli na mianownik. Większy ułamek to ten, którego mianownik przedstawia mniejszą liczbę.



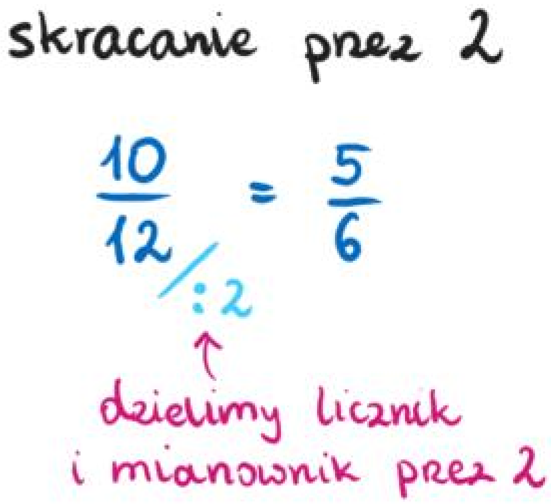
Jeżeli podzielisz ciasto na dziesięć kawałków, to będą one zdecydowanie mniejsze niż w przypadku, gdy podzielisz całe ciasto na dwa kawałki.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Aby porównać dwa ułamki o **różnych mianownikach i licznikach**, należy je rozszerzyć lub skrócić – w taki sposób, by otrzymać wspólny mianownik bądź licznik. Jak to zrobić? Czytaj dalej!

Skracanie i rozszerzanie ułamków zwykłych

Umiejętność **skracania ułamków zwykłych** jest bardzo przydatna i pozwala posługiwać się mniejszymi liczbami podczas wykonywania działań matematycznych. Co ważne, jest też wyjątkowo łatwa. Wystarczy, że podzielisz licznik i mianownik przez tę samą liczbę.



Pamiętaj jednak, że nie zawsze jest to możliwe. **Nie każdy ułamek można skrócić.** W przeciwieństwie do rozszerzania, które możesz zastosować w każdym przypadku.

Rozszerzanie ułamków wykonuje się po to, by wykonać dodawanie lub odejmowanie. Aby rozszerzyć ułamek zwykły, pomnóż licznik i mianownik przez tę samą liczbę.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

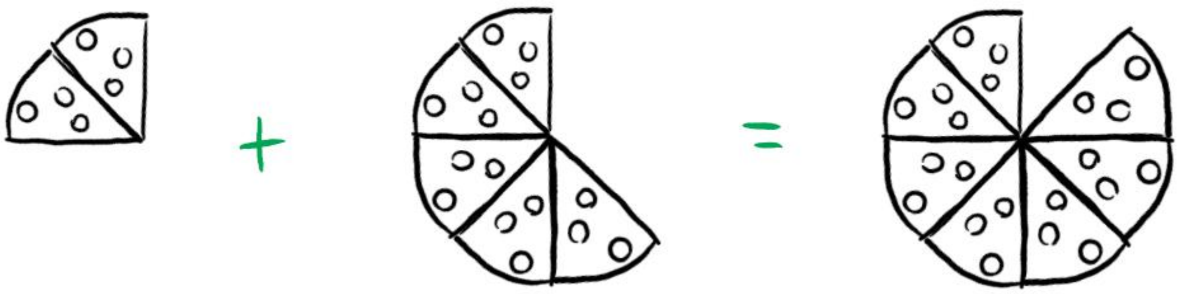
rozszerzanie przez 3

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} \quad / \cdot 3$$

mnożymy licznik
i mianownik przez 3

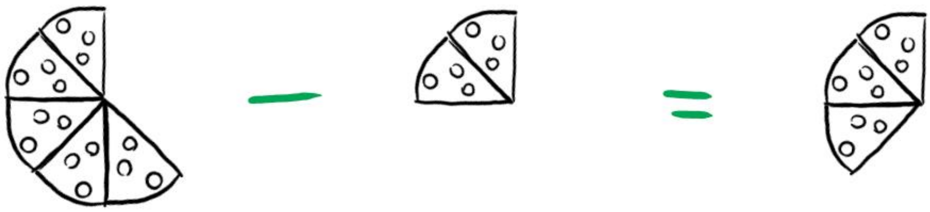
Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych

Aby **dodawać lub odejmować ułamki zwykłe**, najczęściej musimy je skrócić lub rozszerzyć – po to, by otrzymać ułamki o takich samych mianownikach. Działanie przeprowadzamy wówczas na samych licznikach, a mianowniki pozostają bez zmian.



$$\frac{2}{8} + \frac{5}{8} = \frac{7}{8}$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



$$\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$$

Mnożenie ułamków zwykłych

Aby wykonać mnożenie, zamień wszystkie liczby mieszane na ułamki niewłaściwe, a następnie skróć liczniki z mianownikami – po przekątnej lub w pionie. Kiedy wykonasz wszystkie skrócenia, pomnóż licznik przez licznik i mianownik przez mianownik.

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{4}{\cancel{8}}} \cdot \frac{12}{5} = \frac{1}{\underset{1}{\cancel{4}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

skracamy w pionie

skracamy po przekątnej

Dzielenie ułamków zwykłych

Podobnie jak w przypadku mnożenia, tutaj również konieczna jest zamiana liczb mieszanych w ułamki niewłaściwe. Kolejnym krokiem jest odwrócenie drugiego ułamka do góry nogami i postępowanie dokładnie tak, jak w przypadku mnożenia.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

i dalej jak zwykłe mnożenie

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{15} = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \cdot \frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{4}_{2}} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{3}{2}$$

obracamy „do góry nogami"

Ułamki zwykłe – zadania

Sprawdź swoją wiedzę i rozwiąż zadania, które dla Ciebie przygotowaliśmy.

Zadanie 1. Wskaż, który ułamek jest większy:

$$1\frac{2}{5} \qquad \frac{22}{15}$$

$\downarrow$ zamieniamy na uł. niewłaściwy

$$\frac{7}{5} \qquad \frac{22}{15}$$

$\downarrow$ rozszerzamy aby był wspólny mianownik

$$\frac{21}{5} < \frac{22}{5}$$

Zadanie 2. Oblicz:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

a) $3\frac{1}{4} + \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{8}_{4}} \cdot \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} = 3\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$

b) $\frac{4}{7} : \frac{8}{21} - \frac{3}{16} \cdot 4 = \frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{7}_{1}} \cdot \frac{\cancel{21}^{3}}{\cancel{8}_{2}} - \frac{3}{\cancel{16}_{4}} \cdot \frac{\cancel{4}^{1}}{1} =$

$= \frac{3}{2}_{/\cdot 2} - \frac{3}{4} = \frac{6}{4} - \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych

Przy wykonywaniu poniższych działań ułamki należy przedstawić **w tej samej postaci** - ułamka zwykłego albo ułamka dziesiętnego.

Zadanie 1

$\frac{1}{2} + 2,5 =$

$= 0,5 + 2,5 = 3$

$\frac{1}{2}$ przedstawiamy w postaci ułamka dziesiętnego

Zadanie 2

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$3{,}6 + \frac{2}{3} =$

sumę zapisuję w postaci ułamków zwykłych (zauważ, że $\frac{2}{3}$ nie można zamienić na ułamek dziesiętny)

$= 3\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{10}_{5}} + \frac{2}{3} =$

sprowadzam do wspólnego mianownika, którym jest 15

$= 3\frac{9}{15} + \frac{10}{15} =$

$= 3\frac{19}{15} = 4\frac{4}{15}$

Zadanie 3

$0{,}75 - \frac{1}{5} =$

to działanie można wykonać w postaci ułamków zwykłych lub dziesiętnych

$= 0{,}75 - \frac{2}{10} =$

$= 0{,}75 - 0{,}2 =$

$= 0{,}75 - 0{,}20 = 0{,}55$

lub

$0{,}75 - \frac{1}{5} = \frac{\cancel{75}^{3}}{\cancel{100}_{4}} - \frac{1}{5} =$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$

Zadanie 4

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$$4{,}5 + 3 \cdot 2\frac{3}{4} =$$

najpierw mnożenie

$$= 4{,}5 + 3 \cdot \frac{11}{4} =$$

$$= 4{,}5 + \frac{33}{4} = 4{,}5 + 8\frac{1}{4} =$$

przypominam $\frac{1}{4} = 0{,}25$

$$= 4{,}5 + 8{,}25 = 12{,}75$$

Zadanie 5

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$$\left(\frac{5}{6}+\frac{1}{3}\right):\left(2\frac{2}{3}-1{,}75\right)=$$

najpierw działania w nawiasach
$0{,}75 = \frac{3}{4}$

$$=\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{6}\right):\left(2\frac{2}{3}-1\frac{3}{4}\right)=$$

$$=\frac{7}{6}:\left(2\frac{8}{12}-1\frac{9}{12}\right)=$$

$$=\frac{7}{6}:\left(1\frac{20}{12}-1\frac{9}{12}\right)=$$

$$=\frac{7}{6}:\frac{11}{12}=$$

dwa ułamki dzielimy w ten sposób, że pierwszy ułamek mnożymy przez odwrotność drugiego

$$=\frac{7}{\cancel{6}_{1}}\cdot\frac{\cancel{12}^{2}}{11}=$$

$$=\frac{14}{11}=1\frac{3}{11}$$

Zadanie 6

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$1{,}6 + 4\frac{3}{5} : 2{,}3 - 2\frac{2}{5} =$

$= 1{,}6 + 4{,}6 : 2{,}3 - 2{,}4 =$

$= 1{,}6 + 46 : 23 - 2{,}4 =$

$= 1{,}6 + 2 - 2{,}4 =$

$= 3{,}6 - 2{,}4 =$

$= 1{,}2 = 1\frac{1}{5}$

Wartość tego wyrażenia arytmetycznego można obliczyć w ułamkach zwykłych lub dziesiętnych, wybieram ułamki dziesiętne, a Ciebie zachęcam do obliczenia również w ułamkach zwykłych.

Wynik podaję Ci w ułamkach zwykłych i dziesiętnych.

Zadanie 7

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$$7{,}4-\left(2{,}4:\frac{3}{4}+\frac{3}{8}:1{,}5\right)=$$

najpierw dzielenie w nawiasie

$$=7{,}4-\left(\frac{\cancel{24}^{12}}{\cancel{10}_{5}}:\frac{3}{4}+\frac{3}{8}:\frac{\cancel{15}^{3}}{\cancel{10}_{2}}\right)=$$

$$=7{,}4-\left(\frac{\cancel{12}^{4}}{5}\cdot\frac{4}{\cancel{3}_{1}}+\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}_{4}}\cdot\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\right)=$$

przed mnożeniem skracam „na krzyż”

$$=7{,}4-\left(\frac{16}{5}+\frac{1}{4}\right)=$$

$$=7{,}4-\left(3\frac{1}{5}+\frac{1}{4}\right)=$$

$\frac{1}{5}=0{,}2$ $\quad$ $\frac{1}{4}=0{,}25$

$$=7{,}4-(3{,}2+0{,}25)=$$

$$=7{,}4-3{,}45=$$

$$=3{,}95=3\frac{19}{20}$$

$\frac{95}{100}$ skaracam, dzieląc przez 5 i otrzymuję $\frac{19}{20}$

Zadanie 8

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$$\frac{2\frac{1}{4}\cdot 3-4{,}2}{0{,}25}=$$

najpierw obliczenia w liczniku

$$=\frac{\frac{9}{4}\cdot 3-4{,}2}{0{,}25}=$$

$$=\frac{\frac{27}{4}-4{,}2}{0{,}25}=$$

$$=\frac{6\frac{3}{4}-4{,}2}{0{,}25}=$$

$\frac{3}{4}=0{,}75$

$$=\frac{6{,}75-4{,}2}{0{,}25}=$$

$$=\frac{2{,}55}{0{,}25}=$$

kreskę ułamkową zastępuję dzieleniem

$$=2{,}55:0{,}25=$$

Przesuwam przecinek w dzielnej i w dzielniku o 2 miejsca w prawo.

$$=255:25=$$

$$=10{,}2=10\frac{1}{5}$$

Wynik podaję Ci w ułamkach zwykłych i dziesiętnych.

Rozwinięcie ułamków dziesiętnych

Rozwinięcia dziesiętne ułamka zwykłego można wyznaczać dwoma sposobami.

Przykład 1

Znajdź rozwinięcia dziesiętne ułamków

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \bullet 5}{2 \bullet 5} = \frac{5}{10} = 0{,}5$$

$$\frac{8}{400} = \frac{8:4}{400:4} = \frac{2}{100} = 0{,}02$$

Jeżeli jedynymi dzielnikami mianownika ułamka nieskracalnego są liczby 2 lub 5, to ten ułamek ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

Jeżeli mianownik ułamka zwykłego nieskracalnego jest podzielny przez liczbę pierwszą różną od 2 i 5, to ten ułamek zwykły ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.

Powtarzający się układ cyfr w rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym ułamka nazywamy jego okresem. Aby uprościć zapis takiego rozwinięcia, okres zapisujemy w nawiasie.

Własność: Rozwinięcie ułamka zwykłego

Każdy ułamek zwykły ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe.

Zadanie 1. (1pkt) Która z poniższych nierówności jest prawdziwa?

A) $\frac{25}{9} < \frac{23}{9}$

B) $\frac{5}{4} + \frac{5}{2} > 4$

C) $\frac{13}{17} \cdot 3 > \frac{39}{17}$

D) $\frac{11}{12} > \frac{11}{13}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadanie 2. (1pkt) Liczbą większą od $\frac{1}{3}$ jest:

A) $\frac{300}{900}$

B) $\frac{300}{900-1}$

C) $\frac{300}{900+1}$

D) $\frac{300-1}{900}$

[illegible]

a) [illegible]

b) [illegible]

c) [illegible]

d) $1{,}2-0{,}8\cdot 0{,}15$

e) $0{,}26:\left(6{,}35-4\frac{2}{5}\right)$

f) $3\frac{2}{11}\cdot\left(6\frac{5}{21}-1\frac{11}{21}\right)$

g) $\left(1\frac{3}{5}+2{,}2\right):6\frac{1}{3}$

h) $\left(3\frac{4}{7}+\frac{11}{14}\right)\cdot 3{,}5$

i) $\dfrac{1-0{,}125-\frac{5}{6}}{(0{,}25)^2}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

6. Oblicz.

a) $5\frac{1}{2} \cdot (1,5)^2 - 4\frac{5}{7} : 1\frac{1}{21}$

b) $\left(3\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} - 4,5 : 3,5\right) : 24$

c) $11\frac{1}{4} \cdot \left(1\frac{2}{3} - 1\frac{19}{21} \cdot 0,7\right)$

d) $\left(2\frac{1}{3} - 1,6\right) : (1,25 \cdot 0,88)$

e) $\frac{3\frac{1}{3} + 1,25}{3\frac{1}{3} - 1,25}$

f) $1 + \frac{4\frac{2}{5}}{2\frac{3}{4}} - \frac{2\frac{3}{4}}{4\frac{2}{5}}$

7. Oblicz.

a) $\frac{(1,85 + 0,35) \cdot 7,7}{3 - 2,986}$

b) $\left(4\frac{5}{12} - \frac{4}{2\frac{2}{3}}\right) \cdot 1,8$

c) $\frac{2\frac{1}{8} - 1\frac{2}{3}}{1\frac{5}{8} : 1\frac{1}{3}}$

d) $1\frac{9}{16} \cdot 3,2 + \frac{48}{\frac{3}{5} : \frac{7}{8}}$

e) $\frac{1,75 \cdot 3\frac{1}{21} + \frac{1}{6}}{0,36 + \frac{2}{3}}$

f) $\frac{2,4 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{6}}{\frac{1}{3} + 1,5}$

8. Magda kupiła dwa rodzaje cukierków: 0,3 kg marcinków i 0,25 kg jacusiów. Wojtek kupił 0,2 kg jacusiów i 0,35 kg marcinków. Ile razem zapłacili za zakupy?

Pomyśl

9. Przepisz i wstaw brakujący ułamek.

a) $\left(\frac{5}{12} - \frac{1}{3}\right) : \frac{\square}{\square} = 1$

b) $\frac{3}{8} + \frac{\square}{\square} \cdot \frac{1}{2} = 0,75$

c) $2\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{\square}{\square}\right) - 2 = 0$

d) $\frac{3}{20} \cdot \left(\frac{\square}{\square} - \frac{1}{27}\right) = \frac{1}{9}$

e) $3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) = \frac{\square}{\square} : 5$

f) $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{\square}{\square}\right) = \frac{14}{15}$

10. Przepisz i uzupełnij brakujące znaki działań i nawiasy tak, aby uzyskać poprawną równość.

a) $3 \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{3} \quad 4 = 0,375$

b) $\frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{15}{17} \quad \frac{4}{17} = 0,25$

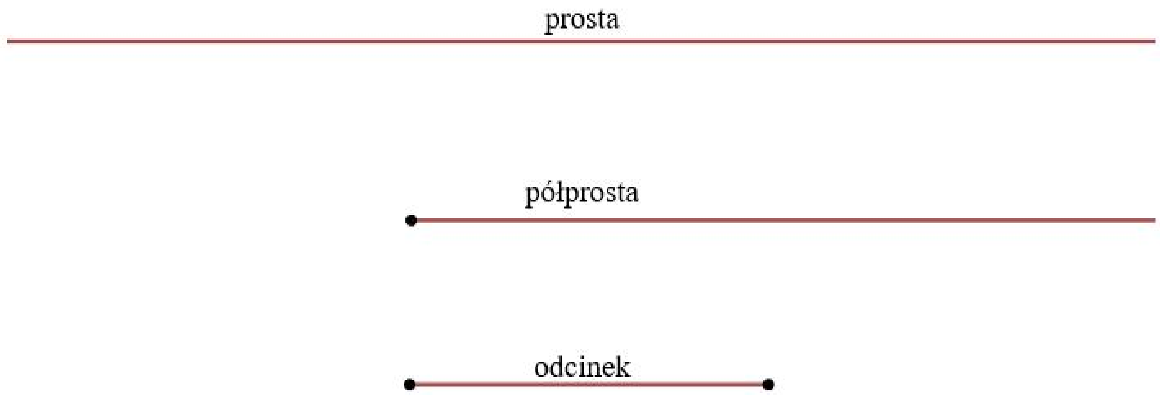
c) $\frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{8} \quad 0,37 = 3,7$

d) $1\frac{1}{2} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} \quad 1,6 = 0,625$

Prosta, półprosta i odcinek

Prosta - to linia prosta nieograniczona z obu stron.
Półprosta - część prostej ograniczona z jednej strony punktem tej prostej, a z drugiej strony nieograniczona.
Odcinek - część prostej zawarta pomiędzy dwoma punktami tej prostej, z tymi punktami włącznie.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

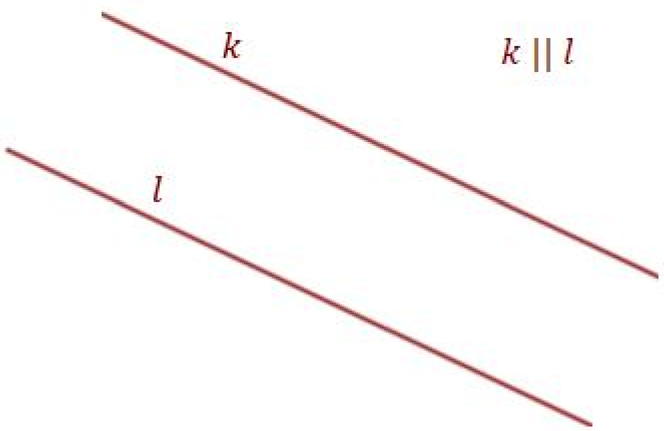


Prosta i półprosta mają nieograniczoną długość, natomiast odcinek ma długość ściśle określoną.
Długość odcinka o końcach w punktach A oraz B oznaczamy symbolem: |AB|.

$$|AB| = 5$$

Każda prosta jest jednoznacznie wyznaczona przez 2 punkty.
Proste najczęściej podpisujemy małymi literami: k, l, m, ...
Proste są **równoległe** jeżeli nie mają punktów wspólnych. Równoległość prostych k i l zapiszemy tak:

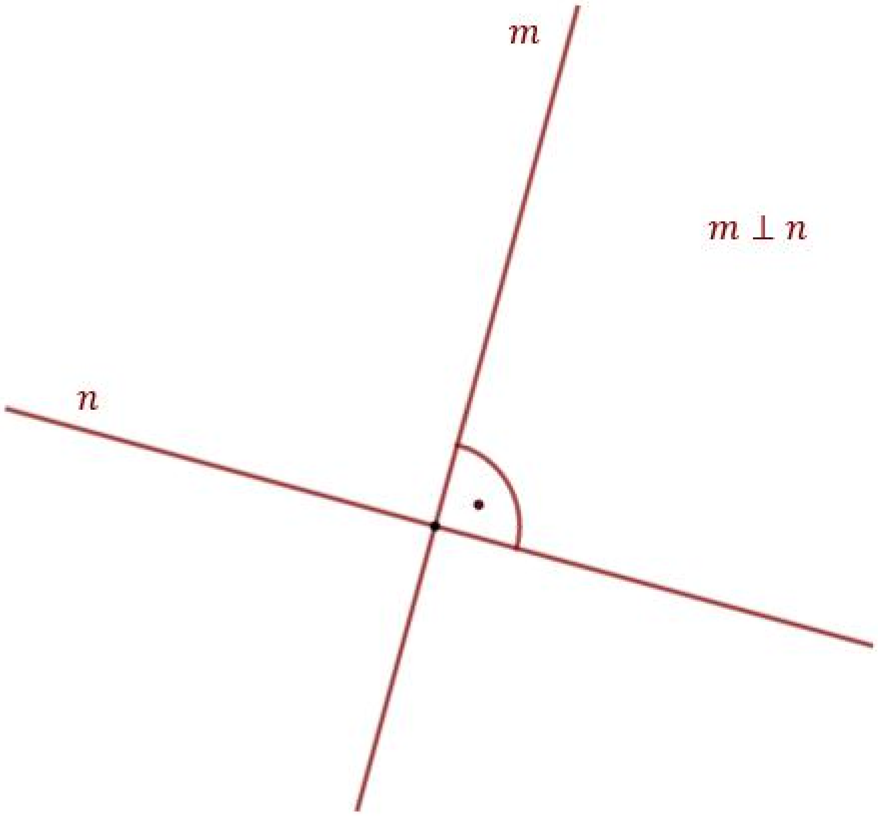
$$k \parallel l$$



Proste są **prostopadłe** jeżeli przecinają się pod kątem prostym (90°). Prostopadłość prostych m i n zapiszemy tak:

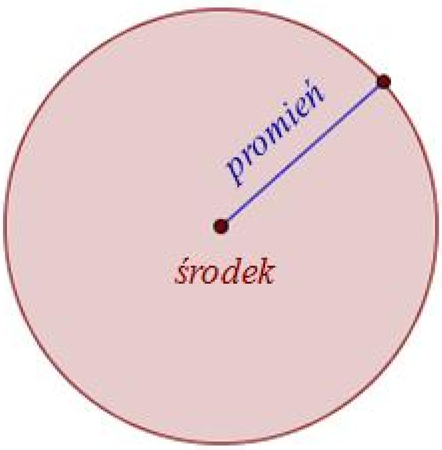
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

m⊥n



Okrąg i koło

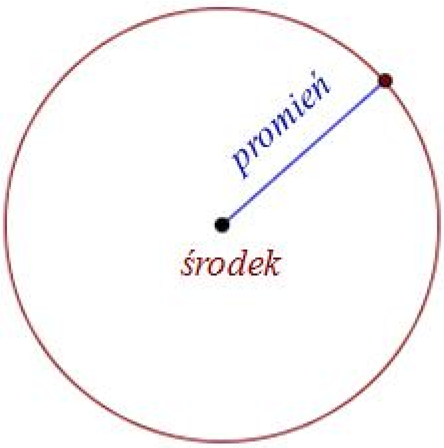
Koło - to zbiór wszystkich punktów na płaszczyźnie, których odległość od ustalonego punktu (zwanego środkiem koła), jest mniejsza lub równa zadanej odległości (zwanej promieniem koła).



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Rys. 1 Koło

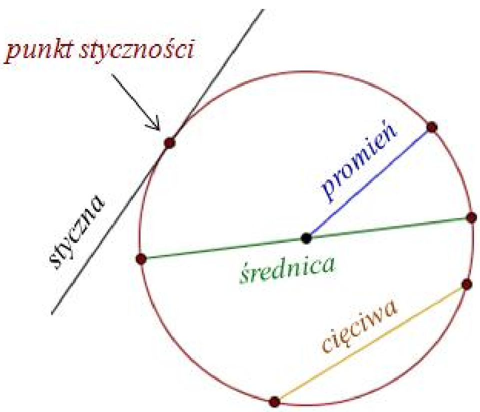
Okrąg - to zbiór wszystkich punktów na płaszczyźnie, których odległość od ustalonego punktu (zwanego środkiem okręgu), jest równa zadanej odległości (zwanej promieniem okręgu).
Mówiąc prościej - okrąg to brzeg koła.



Rys. 2 Okrąg

Z okręgiem związane są następujące pojęcia:

- **cięciwa** - to odcinek łączący dwa punkty leżące na okręgu,
- **średnica** - to cięciwa przechodząca przez środek okręgu,
- **styczna** - to prosta mająca z okręgiem dokładnie jeden punkt wspólny.



Rys. 3 Promień, cięciwa, średnica, styczna oraz punkt styczności

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Wszystkie punkty zaznaczone na bordowo na powyższym rysunku, to są punkty należące do okręgu.
Uwaga! Środek okręgu nie należy do okręgu! Okrąg, to zbiór tylko tych punktów, które są położone na brzegu koła.

Pojęcia cięciwy, średnicy oraz stycznej dotyczą również koła, ponieważ okrąg jest brzegiem koła.
Środek koła oczywiście należy do koła.

Obwód koła (czyli długość okręgu) możemy obliczyć ze wzoru:

$$Ob=2\pi r$$

gdzie r - to promień koła.

Pole koła możemy obliczyć ze wzoru:

$$P=\pi r^2$$

gdzie r - to promień koła.

Przykład 1.

Oblicz obwód i pole koła, którego średnica jest równa 10.

Rozwiązanie:

Średnica koła składa się z dwóch promieni. Możemy zatem obliczyć promień koła:

$$r=10:2=5$$

Teraz liczymy obwód i pole ze wzorów:

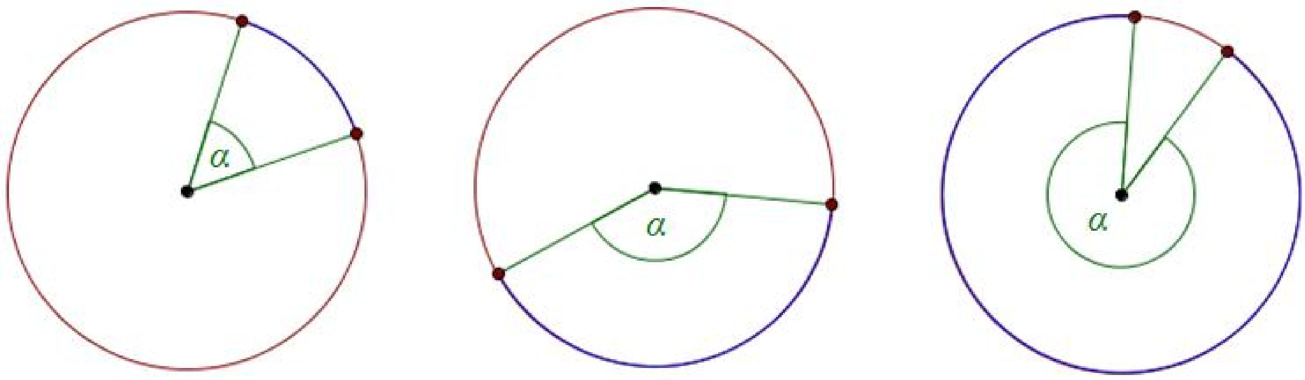
$$Ob=2\pi r=2\pi\cdot 5=10\pi$$

$$P=\pi r^2=\pi\cdot 5^2=25\pi$$

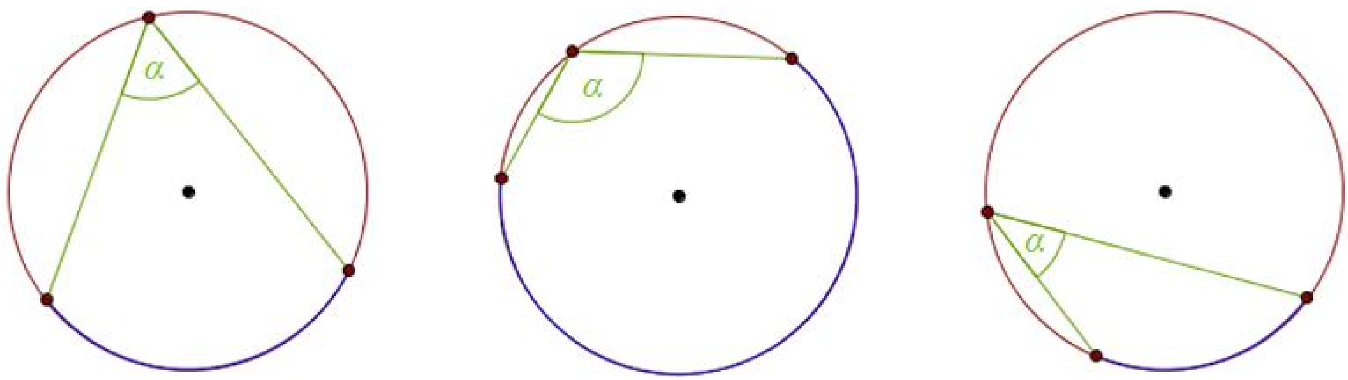
W okręgu możemy wyróżnić dwa bardzo ważne kąty:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- **kąt środkowy** - to kąt, którego wierzchołek leży w środku okręgu, a ramionami są promienie,
- **kąt wpisany** - to kąt, którego wierzchołek leży na okręgu, a ramionami są cięciwy.



Rys. 4 Przykłady kątów środkowych

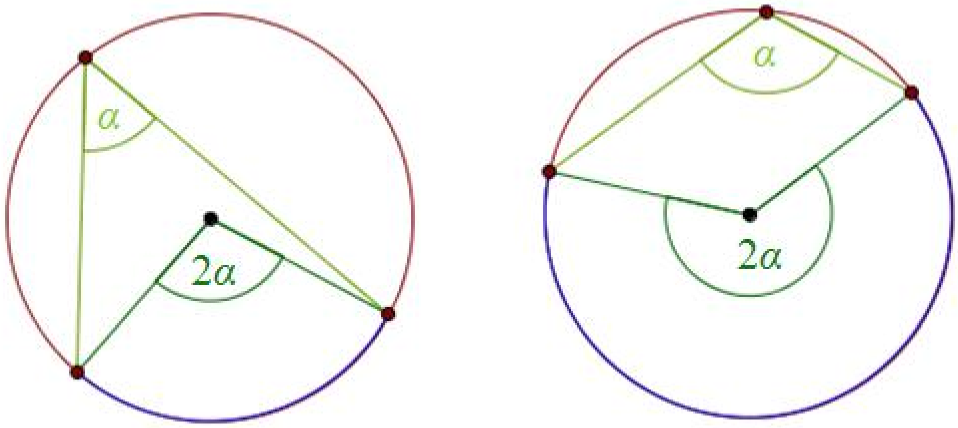


Rys. 5 Przykłady kątów wpisanych

Kolorem niebieskim zaznaczono łuki, na których zostały oparte powyższe kąty środkowe i wpisane.

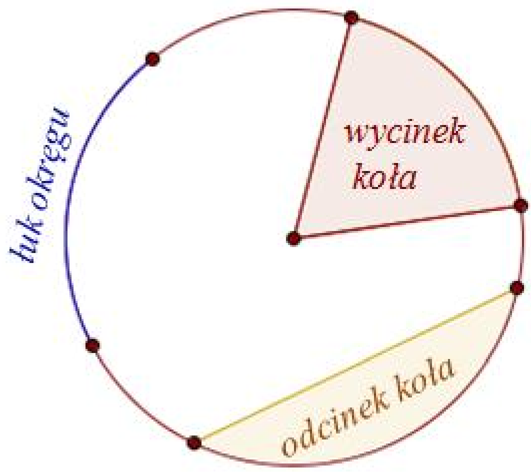
Jeżeli kąty środkowy i wpisany są oparte na tym samym łuku, to miara kąta środkowego jest dwa razy większa.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Rys. 6 Przykłady kątów środkowych i wpisanych opartych na tym samym łuku

Kolejne pojęcia związane z kołem i okręgiem, to: **łuk okręgu**, **wycinek koła** oraz **odcinek koła**.

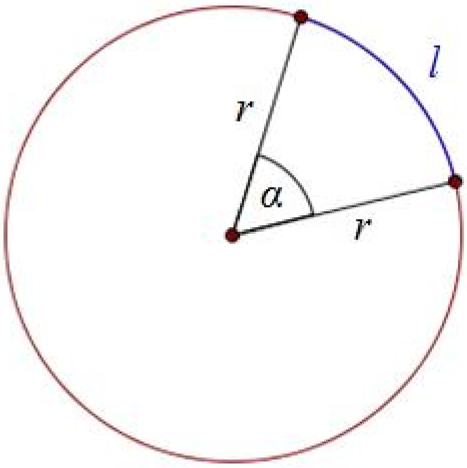


Rys. 7 Łuk okręgu, wycinek koła i odcinek koła

Długość łuku okręgu wyznaczonego przez kąt środkowy α możemy obliczyć ze wzoru:

$$l=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot 2\pi r$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

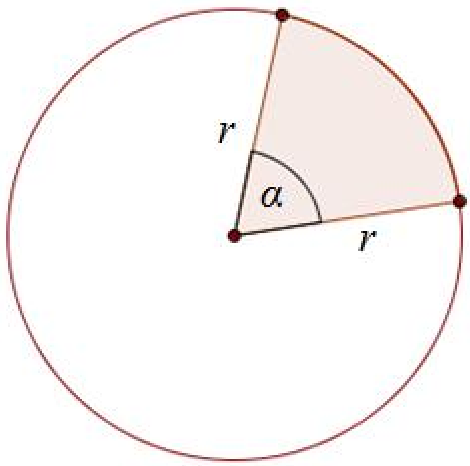


gdzie r - to długość promienia okręgu

Rys. 8 Łuk okręgu wyznaczony przez kąt α

Pole wycinka koła wyznaczonego przez kąt środkowy α możemy obliczyć ze wzoru:

$$P=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi r^2$$



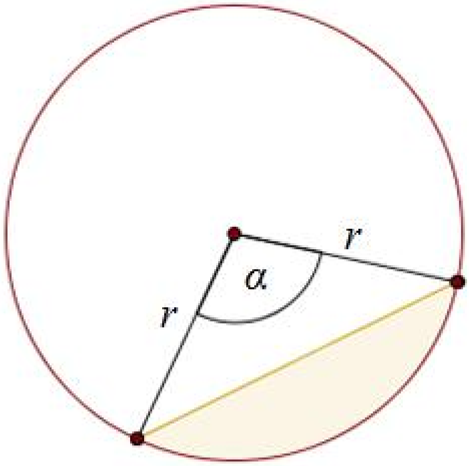
gdzie r - to długość promienia okręgu

Rys. 9 Wycinek koła wyznaczony przez kąt α

Pole odcinka koła wyznaczonego przez kąt środkowy α możemy obliczyć ze wzoru:

$$P=\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot\pi r^2-\frac{r^2\sin\alpha}{2}$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

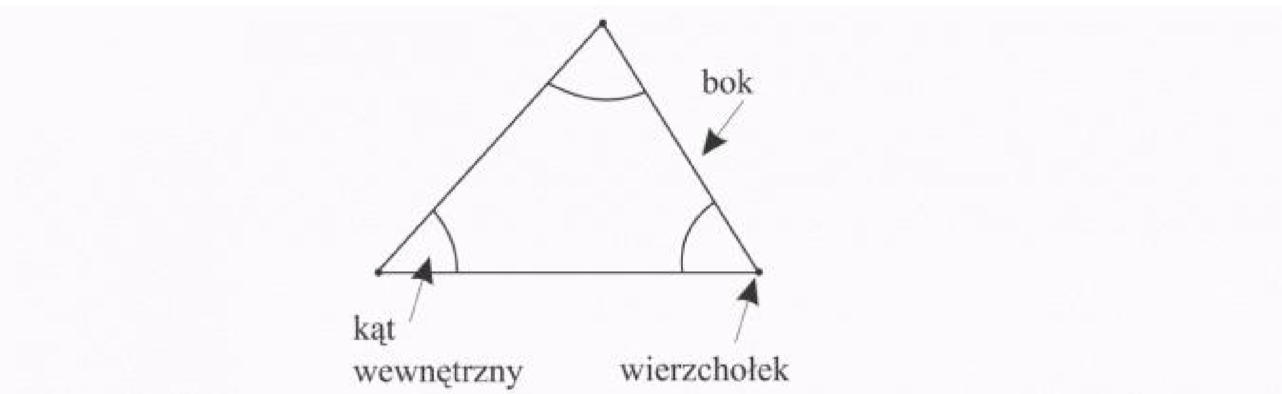


gdzie r - to długość promienia okręgu

Rys. 10 Odcinek koła wyznaczony przez kąt α

Trójkąty

Trójkąt to taki wielokąt, który ma 3 boki, 3 wierzchołki, 3 kąty wewnętrzne.



Podział trójkątów ze względu na boki:

- **różnoboczny** - 3 boki różnej długości

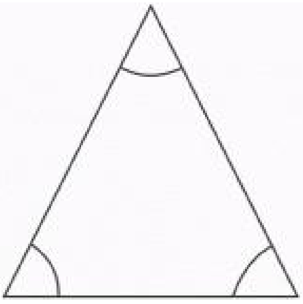
- **równoramienny** - dwa boki, zwane ramionami, mają jednakową długość

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- **równoboczny** - 3 boki równej długości

Podział trójkątów ze względu na kąty:

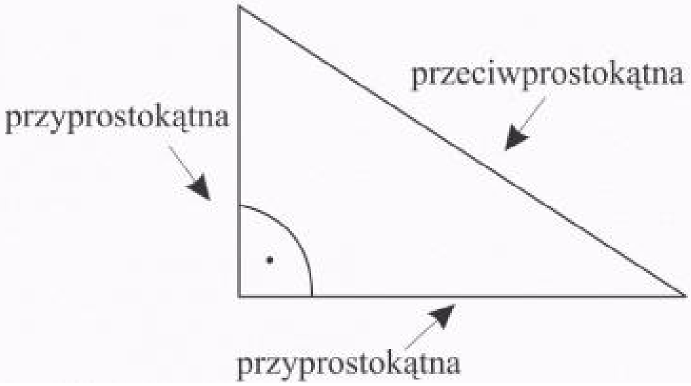
- **ostrokątny** - ma wszystkie kąty ostre



- **prostokątny** - ma jeden kąt prosty

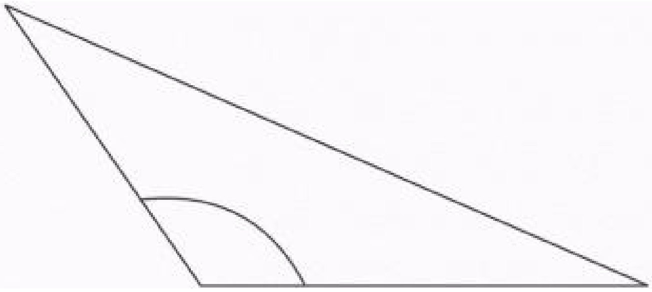
Ważne!

Boki trójkąta prostokątnego mają swoje nazwy:

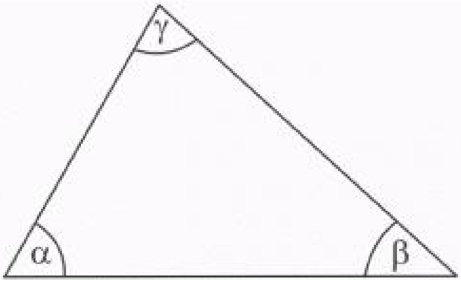


- **rozwartokątny** - ma jeden kąt rozwarty

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

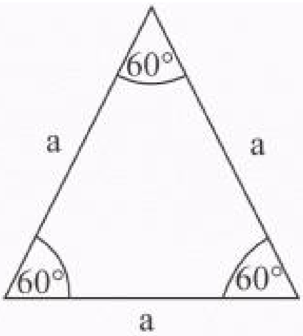


Suma miar kątów trójkąta wynosi 180°.



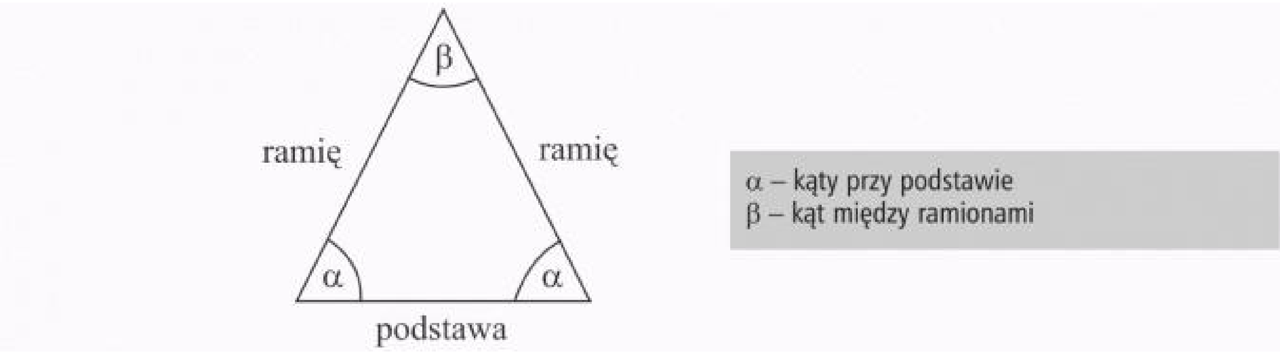
$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

W trójkącie równobocznym każdy kąt ma 60°.



W trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie są równe.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

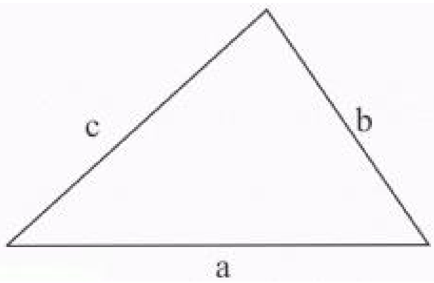


W trójkącie suma długości dwóch dowolnych boków jest większa od długości trzeciego boku.

$a + b > c$

$b + c > a$

$a + c > b$

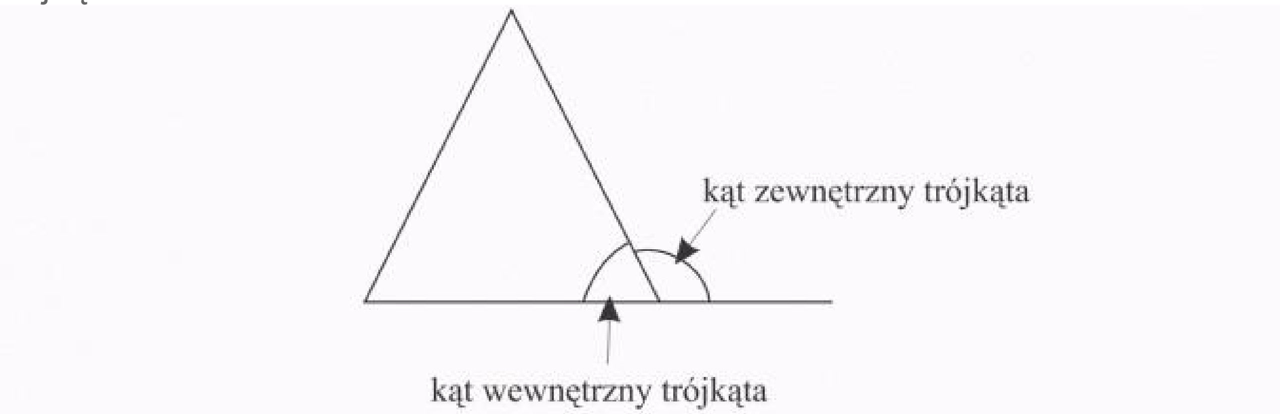


Suma długości boków trójkąta to jego obwód.

Obw. = a + b + c

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Kąt zewnętrzny trójkąta to kąt przyległy do kąta wewnętrznego tego trójkąta.

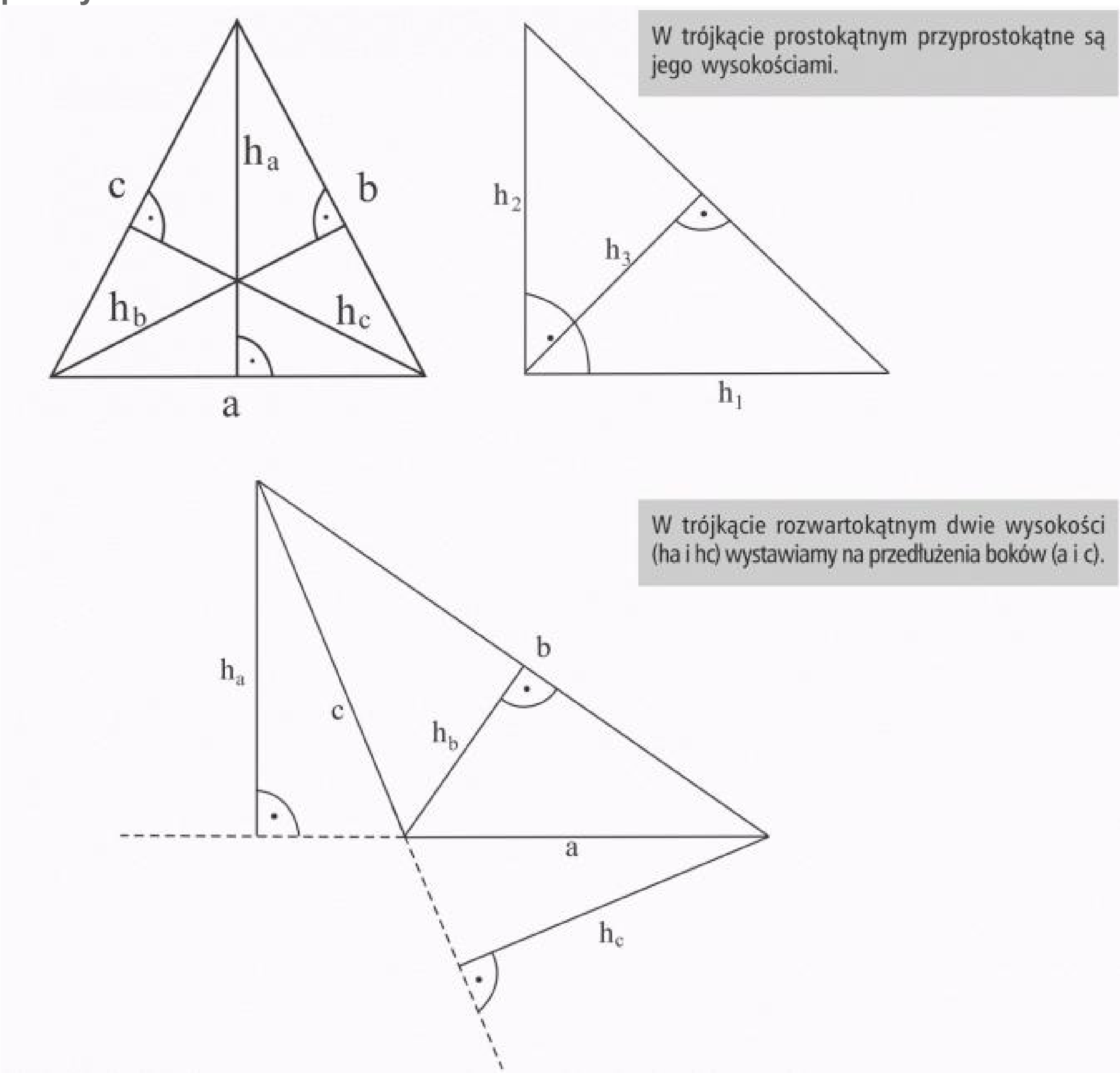


W trójkącie można poprowadzić 3 różne wysokości.

Wysokość trójkąta to odcinek poprowadzony z wierzchołka trójkąta na przeciwległy bok lub jego przedłużenie pod kątem

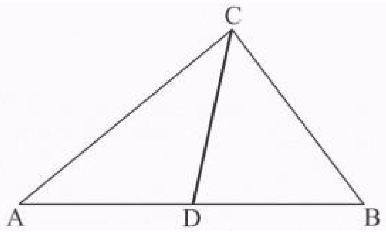
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

prostym.



Środkowa trójkąta - to odcinek łączący wierzchołek trójkąta ze środkiem przeciwległego boku.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

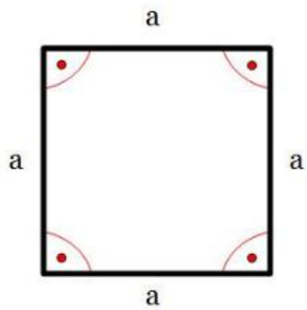


|AD| = |DB|

Czworokąty

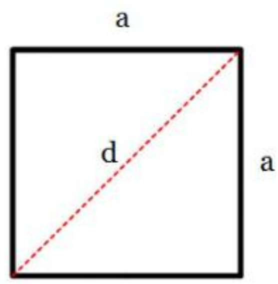
Kwadrat

wielokąt foremny o czterech bokach. Wszystkie są równe.



wzór na pole kwadratu: P=a*a lub $P = a^2$

przekątna kwadratu

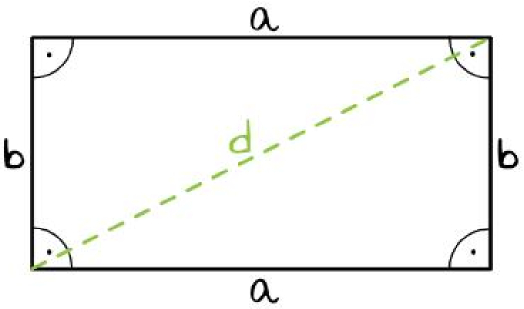


wzór na przekątną kwadratu: $d = a\sqrt{2}$

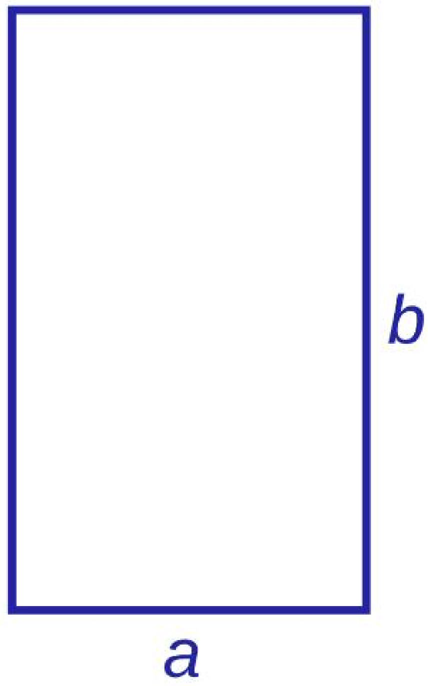
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Prostokąt

czworokąt, który ma wszystkie wewnętrzne kąty proste. Prostokąt, który nie jest kwadratem, ma dokładnie dwie osie symetrii i środek symetrii. Przekątne prostokąta są równej długości i przecinają się w połowie.



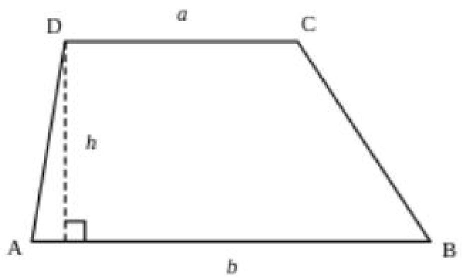
wzór na pole: a*b



Trapez

Czworokąt mający przynajmniej jedną parę równoległych boków. Parę boków równoległych nazywa się *podstawami*, pozostałe boki noszą nazwę *ramion*, odległość między podstawami nazywa się *wysokością* trapezu.

wzór na pole: $P = \frac{(a+b)h}{2}$



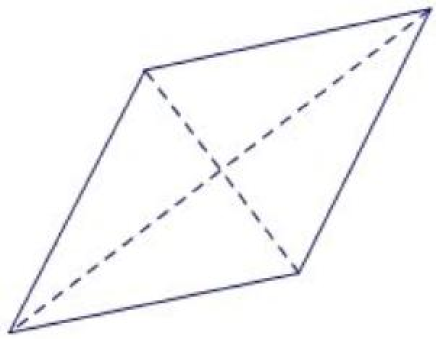
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Romb

czworokąt o bokach równej długości. Każdy romb jest równoległobokiem, którego boki mają tę samą długość. Przekątne przecinają się w swoich środkach. Przekątne przecinają się pod kątem prostym dzieląc romb na cztery przystające trójkąty prostokątne.

Punkt przecięcia przekątnych rombu dzieli każdą z nich na połowy.

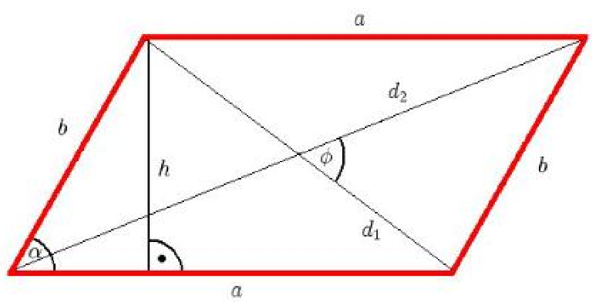
wzory na pole:
P=a*h
lub P=$\frac{1}{2}$e*f



Równoległobok

Równoległobok – czworokąt mający dwie pary równoległych boków. Jego przeciwległe boki są nie tylko równoległe, ale też równej długości. Jego przekątne przecinają się w połowie swojej długości (nie zawsze pod kątem prostym). Przeciwległe kąty są równej miary. Suma miar kątów sąsiednich, czyli leżących przy tym samym boku, wynosi 180°.

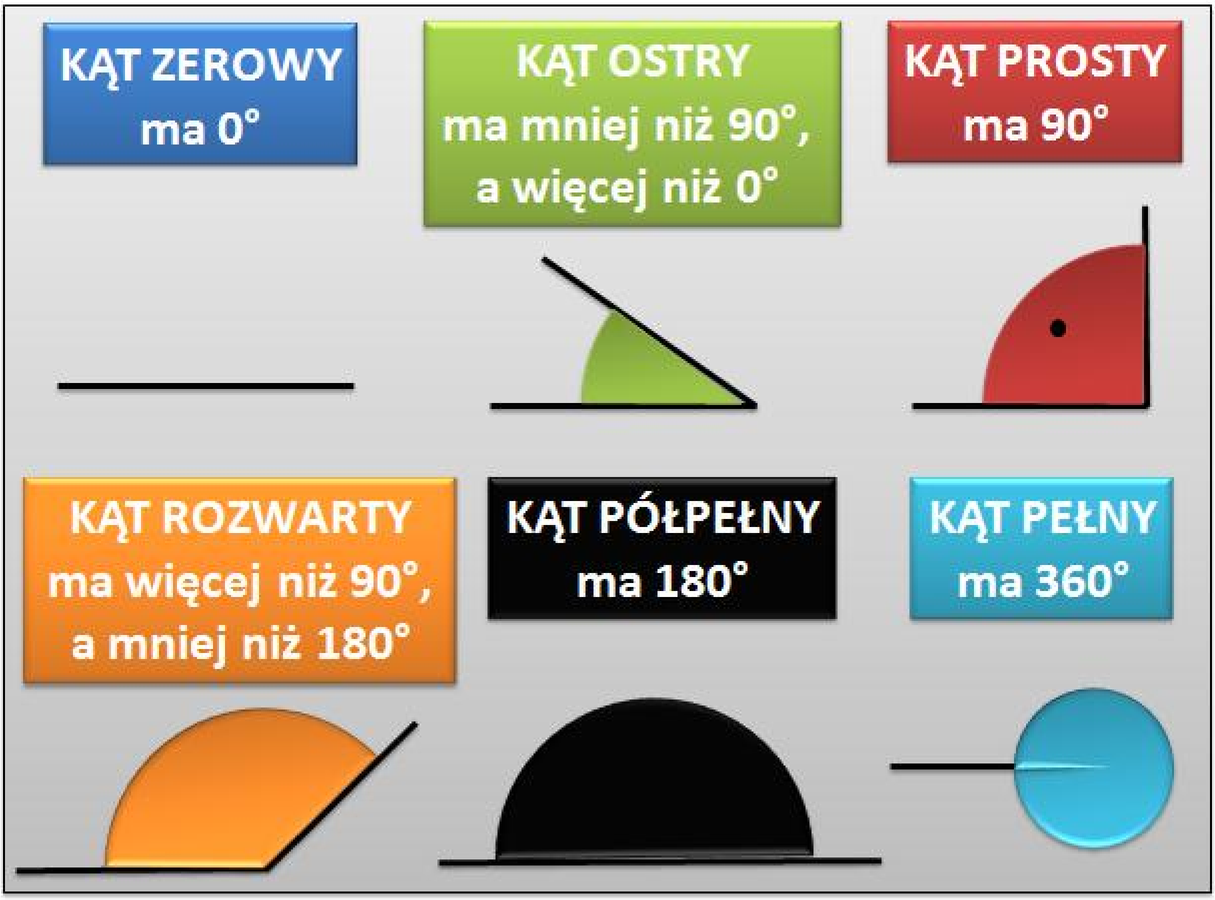
wzór na pole: $P = a \cdot h$



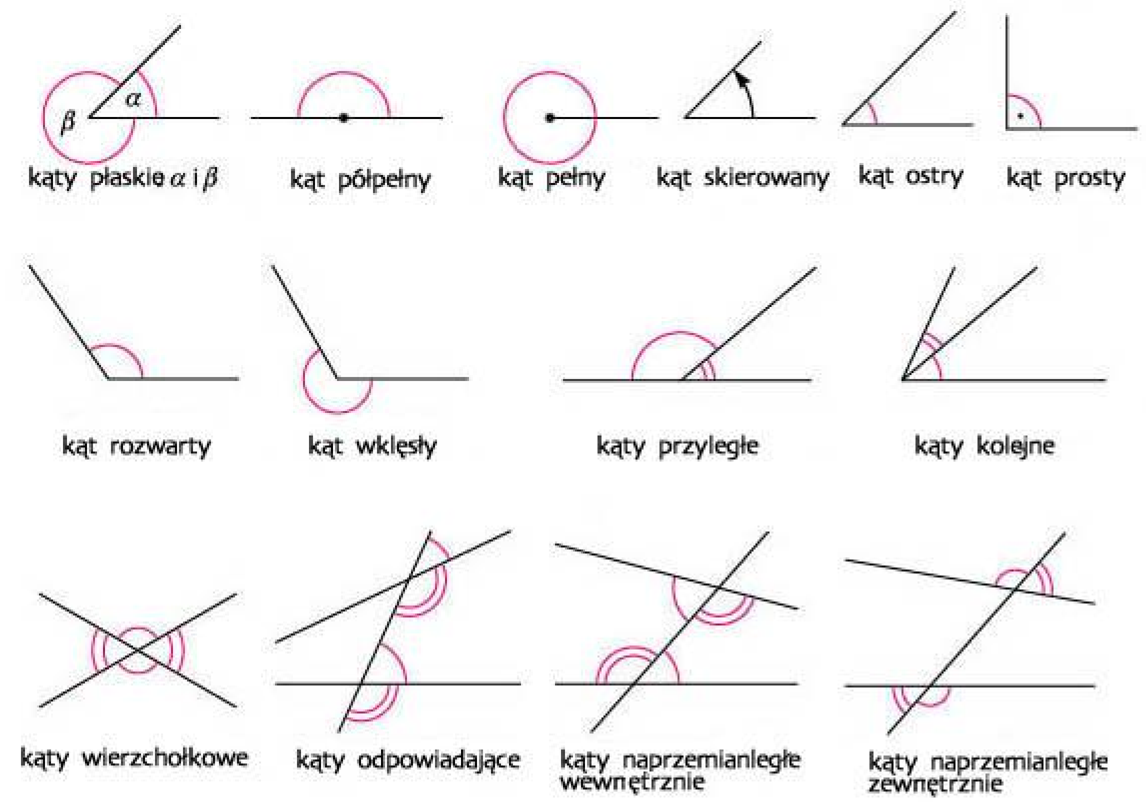
Suma kątów w czworokącie to 360^{o} a trójkącie 180^{o}.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Kąty



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Droga, prędkość, czas

Ruch towarzyszy nam na niemal każdym kroku. Ludzie przemieszczają się – raczkując, spacerując, biegając. Zwierzęta – od najmniejszych po największe gatunki – pełzają, latają, człapią, chodzą, wspinają się, pływają, turlają się, skaczą i spadają na cztery łapy (lub nie). Pojazdy przemierzają drogi, rzeki, morza, oceany i przestworza. Aby opisywać ruch, który jest nieodłącznym elementem naszego świata, używamy trzech pojęć: droga, prędkość i czas.

Prędkość, droga, czas – klasa 6 w podróży

Wiesz już, że ruch to jeden z podstawowych elementów, przy których pomocy można opisać świat. Wciąż zastanawiasz się jednak, dlaczego jest to ważne dla Ciebie?

Wyobraź sobie, że Twoja klasa jedzie na długo wyczekiwaną wycieczkę. Kluczowym punktem programu jest udział w warsztatach z Twoim największym idolem, więc z rosnącą ekscytacją czekasz, aż znajdziecie się na miejscu. Tymczasem podróż nieznośnie się dłuży…

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Jak obliczyć, ile czasu potrzeba, żeby autokar dojechał na miejsce? Oczywiście, przy pomocy zadania typu droga-prędkość-czas.

Co to jest droga?
Symbol i jednostki drogi

Najprościej rzecz ujmując, **droga to odległość pomiędzy dwoma miejscami, np. szkołą a Twoim domem**. Drogę najczęściej wyraża się w kilometrach (km) lub metrach (m), chociaż nic nie stoi na przeszkodzie, by określać ją przy pomocy innych jednostek długości – decymetrów, centymetrów czy milimetrów.

We wzorach droga oznaczana jest jako **s**.

Co to jest czas?
Symbol i jednostki czasu

W zadaniach typu *prędkość-droga-czas* (klasa 6 spotyka się z nimi na matematyce, a klasy 7 i 8 również na fizyce) **czas należy rozumieć jako okres pomiędzy rozpoczęciem ruchu a jego zakończeniem**. Najczęściej wyraża się go w godzinach (godz lub h) lub sekundach (s), chociaż spotyka się również inne jednostki czasu, np. minuty.

We wzorach czas przedstawiany jest za pomocą symbolu **t**.

Co to jest prędkość?
Symbol i jednostki prędkości

Prędkość mówi o tym, jak szybko przemieszcza się dany obiekt. Przy jej użyciu możesz określić na przykład, jaką drogę pokona samochód w określonym czasie. Prędkość najczęściej wyrażana jest w kilometrach na godzinę (km/h) lub w metrach na sekundę (m/s), jednak spotyka się również inne zapisy, np. metry na minutę (m/min).

We wzorach prędkość oznacza się symbolem **V**.

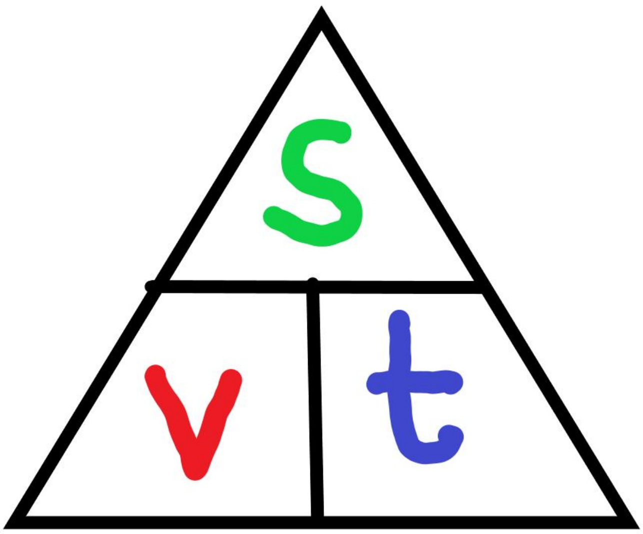
Droga, prędkość, czas – wzory

Jak wynika z podstawowego wzoru, prędkość jest ilorazem drogi przez czas.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

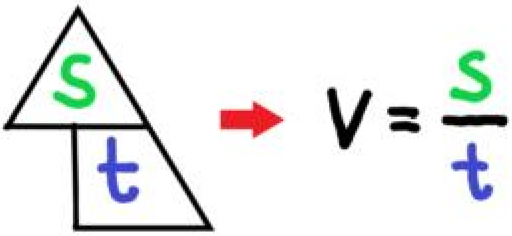
$$V = \frac{s}{t}$$

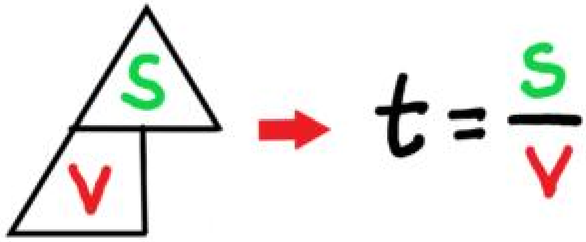
Jak przekształcać wzór droga, prędkość, czas? Najlepiej (i najłatwiej!) przy pomocy piramidki, która znajduje zastosowanie we wszystkich wzorach trzyskładnikowych. Wspominaliśmy już o niej we wpisie Triki matematyczne – jak ułatwić sobie naukę?



Aby poznać wzór na daną wielkość fizyczną, zasłoń ją w piramidce. Jeżeli dwie pozostałe jednostki znajdują się nad sobą, wykonaj dzielenie. Jeżeli są położone obok siebie – wykonaj mnożenie. Tak, jak na poniższych przykładach:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020





Zadanie 1.
Samolot wyleciał z Madrytu o godzinie 8.10, a w Berlinie wylądował o 11.10. Odległość, jaką pokonał samolot to 2232 kilometry. Jaka była średnia prędkość samolotu?
Zadanie 2.
Pociąg z Warszawy do Gdańska jedzie ze średnią prędkością 110 kilometrów na godzinę i pokonuje trasę o długości 330 kilometrów. Samochód, który również jedzie z Warszawy do Gdańska, porusza się ze średnią prędkością 92 kilometry na godzinę i pokonuje trasę o długości 345 kilometrów. O ile wcześniej pociąg dotrze do Warszawy, przy założeniu, że obydwa pojazdy wyruszą o tej samej godzinie?
Zadanie 3.
Jedziesz autokarem z Krakowa do Warszawy. Jedziesz już 2,5 godziny i dotychczas przejechałeś 200 kilometrów. Jest godzina 12.00.
O której godzinie dojedziesz do Warszawy, jeżeli autokar musi przejechać jeszcze 120 kilometrów? Załóż, że autokar cały czas będzie utrzymywał taką samą prędkość średnią.

Procenty

Procent (od łac. per centum, „przez sto”, od per- poprzez, przez, za pomocą; centum – sto) to w matematyce sposób wyrażania liczby jako ułamka o mianowniku 100. Procent oznaczamy symbolem %. Np. 75% to siedemdziesiąt pięć procent – inne oznaczenie to 75/100 lub 0,75.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Procenty to ułamki o mianowniku 100. Każdy procent możemy przedstawić w postaci ułamka zwykłego lub dziesiętnego i każdy ułamek zwykły czy dziesiętny w postaci procentu.100/100 = 1 = 100% 1/100 = 0,01 = 1%

Jeżeli np. powiemy, że 57% przedszkolaków ma katar w okresie jesienno-zimowym, to znaczy, że przeciętnie na 100 przedszkolaków jest 57 takich, którzy mają katar. Można też powiedzieć, że 57/100 wszystkich przedszkolaków ma katar.

Zamiana ułamków na procenty

Najpierw ułamek sprowadzamy do mianownika 100, czyli rozszerzamy lub skracamy ułamek a potem zamieniamy go na procenty.

Zad. 1

Oblicz

a) 20% z liczby 80

b) 15% z liczby 400

c) 7% z liczby 9

d) 5,3% z liczby 12

e) 120% z liczby 80,5

f) 0,3% z liczby 1,5

Zad. 2

W klasie na 25 osób jest 12 dziewczyn. Jaki procent stanowią dziewczyny a jaki chłopcy?

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zad. 3 Właściciel warzywniaka kupuje jabłka po 1 zł za kilogram, a sprzedaje po 2,5 zł. Ile wynosi jego marża?

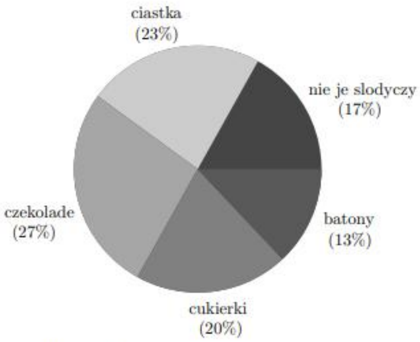
Zad. 4 Zwiększ liczbę 50 o 10%.

Zad. 5 Zmniejsz liczbę 30 o 20%.

Zad. 6 Komputer kosztuje 1200 zł netto. Ile będzie wynosiła jego cena brutto po doliczeniu 22% podatku VAT?

Zad. 7 Książka kosztuje 40 zł. Jej cenę podniesiono o 20%. Z nową ceną nie sprzedawała się, więc obniżono ją o 20%. Ile książka kosztuje teraz?

Zad. 1
W pewnej szkole przeprowadzono ankietę, jakie słodycze uczniowie jedzą po obiedzie. Ankietowani mogli wybrać tylko jedną odpowiedź. Na podstawie wyników sprządzono diagram.



Korzystając z powyższego diagramu odpowiedz na pytania:

a) Jaki procent uczniów je słodycze po obiedzie?
b) Jaki procent uczniów zjada ciastka lub czekoladę?
c) Jaki procent uczniów nie je cukierków i czekolady?

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

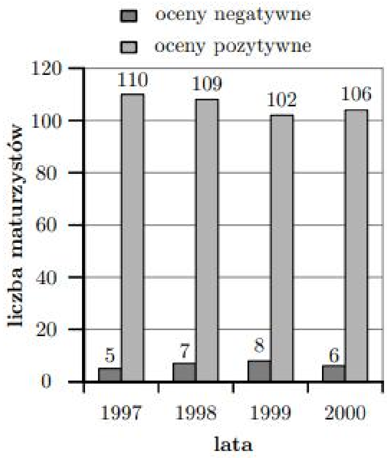
Zad. 2

Obok na wykresie, pokazano wyniki egzaminu maturalnego z matematyki w pewnej szkole, w ciągu ostatnich 4 lat. Korzystając z tych danych:

a) odczytaj i zapisz, w którym roku maturę z matematyki zdawało najwięcej uczniów. Ile ich było?

b) oblicz, ile procent uczniów zdało maturę z matematyki w 2000 roku,

c) oblicz, ile procent uczniów nie zdało matury z matematyki w ciągu całego omawianego okresu 4 lat.



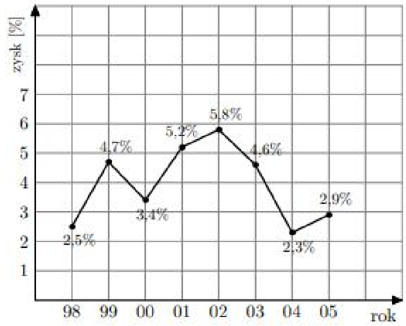
Zad. 3

Firma handlowa „Agnus" na koniec każdego roku podlicza przychody (wszystkie pieniądze jakie do niej wpłynęły) i zysk (to co zostało po odliczeniu opłat) jaki osiągneła. Na wykresie przedstawiono, jaki procent przychodu stanowi zysk w latach 1998-2005. Korzystając z niego odpowiedz na poniższe pytania.

a) W którym roku procentowy udział zysku w przychodzie był największy?

b) Podaj lata w którym następował procentowy wzrost zysku.

c) W roku 2004 procentowy udział zysku w przychodzie był najniższy. Czy to oznacza, że zysk liczony w pieniądzach, też był najniższy? Uzasadnij odpowiedź.



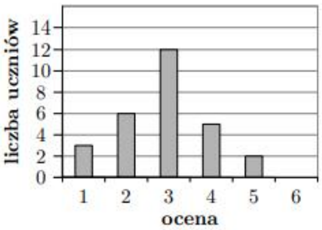
Zad. 4

Na wykresie słupkowym przedstawiono wyniki klasówki w pewnej klasie. Na jego podstawie odpowiedz na pytania:

a) Ile uczniów pisało sprawdzian?

b) Jaki procent uczniów, piszących sprawdzian, dostało ocenę co najwyżej dostateczną?

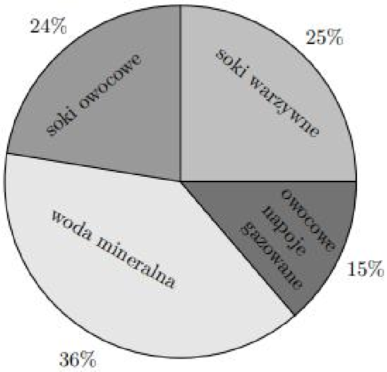
c) Jaki procent uczniów nie pisało sprawdzianu, jeżeli w klasie są 32 osoby?



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

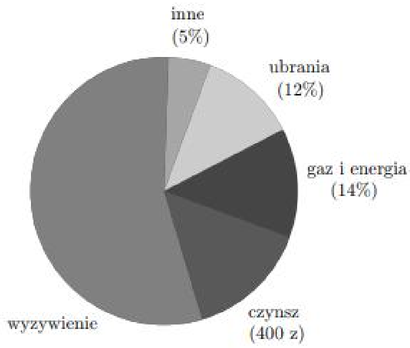
Zad. 5
Diagram przedstawia wyniki ankiety, w której ankietowani odpowiedzieli na pytanie, jakie napoje piją między posiłkami. Ankietowani wybierali tylko jeden z czterech rodzajów napojów. Na podstawie informacji przedstawionych na diagramie oblicz:

a) ile procent badanych osób pije soki owocowe lub wodę mineralną,
b) ile procent badanych osób nie pije owocowych napojów gazowanych,
c) ile procent badanych osób nie pije soków warzywnych i nie pije wody mineralnej.



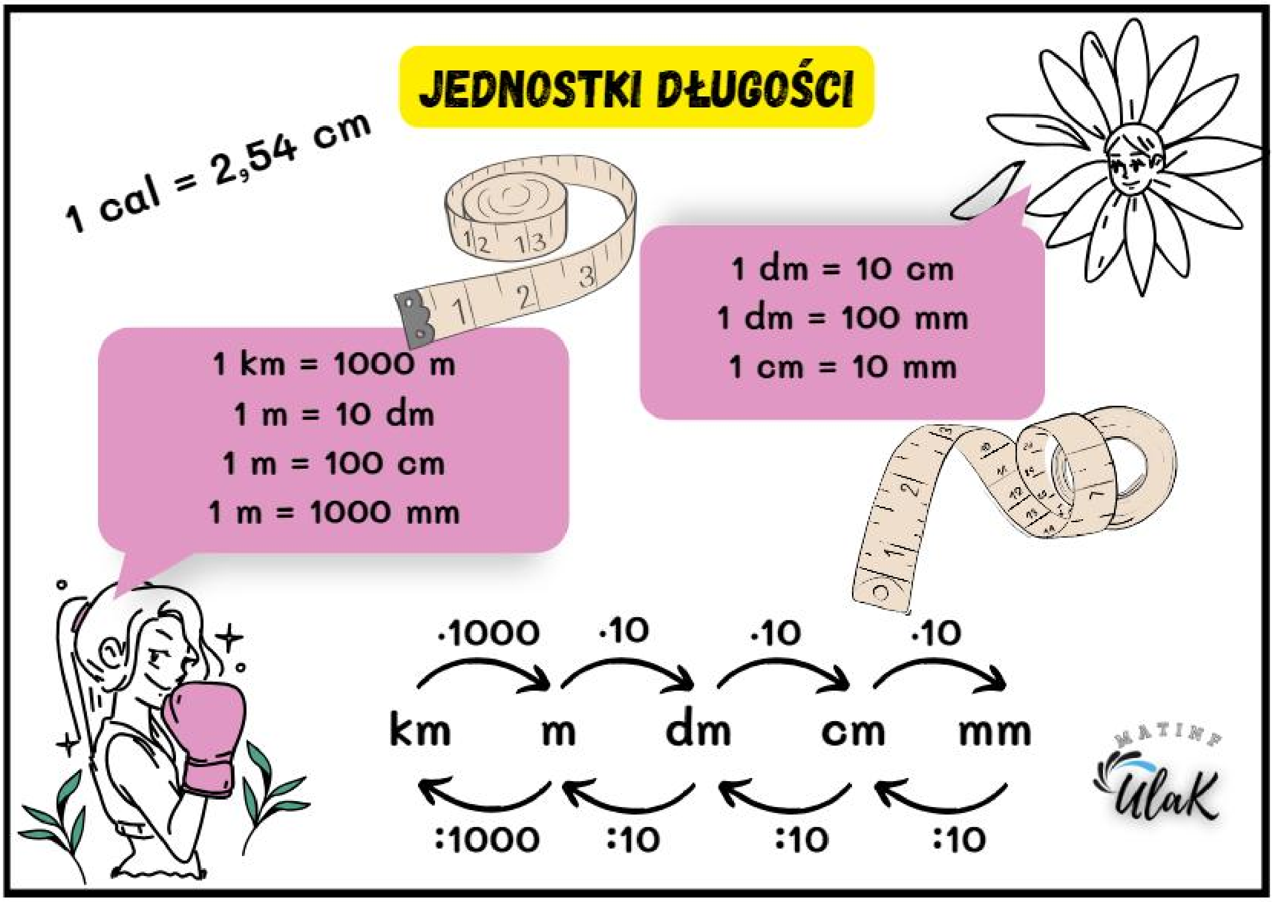
Zad. 6
Na wspólne konto państwa Kowalskich wpływają pieniądze z ich dwóch pensji miesięcznych, razem jest to kwota 3200 złotych. Na początku każdego miesiąca małżonkowie dzielą całość tej kwoty. Na diagramie kołowym pokazano strukturę planowanych, przez państwa Kowalskich, miesięcznych wydatków. Korzystając z tych danych:

a) Oblicz, ile procent danej kwoty stanowią miesięczne wydatki państwa Kowalskich na wyżywienie.
b) Oblicz, ile pieniędzy wydają państwo Kowalscy w ciągu miesiąca łącznie, na gaz i energię oraz czynsz.

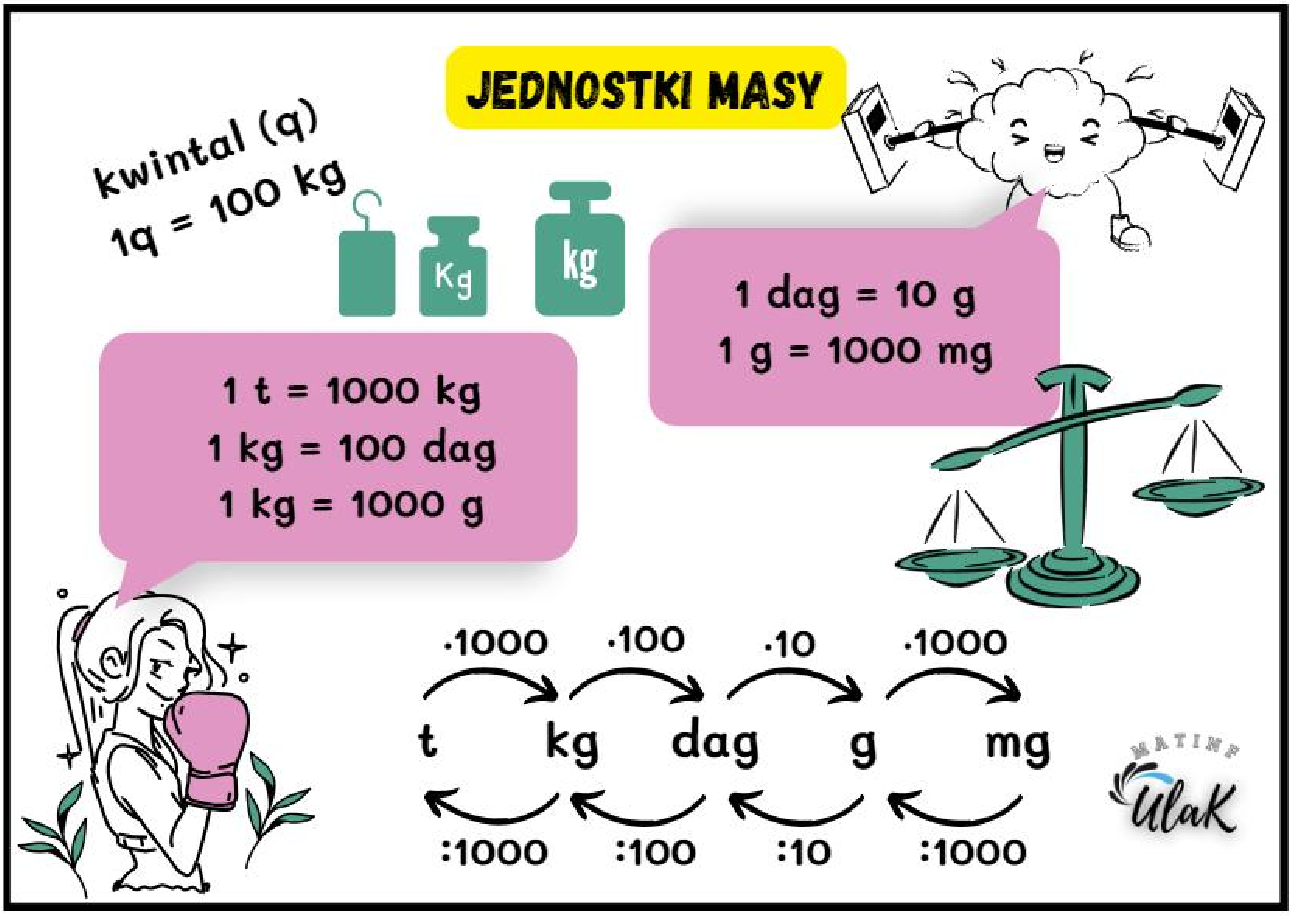


Jednostki długości i masy

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020