Zajęcia dodatkowe dla Uczniów Szkoły

Podstawowej nr 1 im. S. Staszica w Szamotułach

Tytuł zajęć

Zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze

Autor/Autorzy opracowania

Natalia Lorkiewicz

Niniejszy skrypt/scenariusz powstał na potrzeby realizacji Projektu
nr RPWP.08.01.04-30-0005/19 pn.:
„*ENIGMA – Wsparcie nauczania matematyki i informatyki
w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych
Metropolii Poznań*”

Poznań 2021

PROGRAM ZAJĘĆ

L.p.	Temat zajęć	Liczba godzin
1.	Test na wejście – sprawdzający	1
2.	Proporcjonalność prosta	1
3.	Ułamek liczby	1
4.	Obliczanie procentu danej liczby	1
5.	Obliczenia procentowe	1
6.	Potęga o wykładniku naturalnym	1
7.	Własności potęgowania	1
8.	Notacja wykładnicza	1
9.	Obliczenia w notacji wykładniczej	1
10.	Pierwiastek kwadratowy	1
11.	Szacowanie pierwiastków	1
12.	Własności pierwiastkowania	1
13.	Pierwiastek trzeciego stopnia	1
14.	Działania na potęgach i pierwiastkach	1
15.	Od wzorków do wzorów	1
16.	Wyrażania algebraiczne	1
17.	Suma algebraiczna i jej wyrazy	1
18.	Opuszczanie nawiasów	1
19.	Porządkowanie wyrazów w sumach algebraicznych	1
20.	Wyrażenia algebraiczne i procenty	1
21.	Rozwiązywanie równań	1
22.	Zadania tekstowe	1
23.	Zadania tekstowe z procentami	1
24.	Przekształcanie wzorów	1
25.	Twierdzenie Pitagorasa	1
26.	Kwadrat i jego połowa	1
27.	Trójkąt równoboczny i jego połowa	1
28.	Geometria kartki w kratkę	1
29.	Punkty w układzie współrzędnych	1
30.	Test na zakończenie	1
Łączna liczba godzin		30

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 1

Temat: Proporcjonalność prosta *45 min*

Uczeń już potrafi:
- korzystać z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe; opisywać wzór słowami
- stosować oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisywać proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym

Uczeń będzie umiał:
- podawać przykłady wielkości wprost proporcjonalnych
- wyznaczać wartość przyjmowaną przez wielkość wprost proporcjonalną w przypadku konkretnej zależności proporcjonalnej
- stosować podział proporcjonalny

Metody
- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- pogadanka

Formy pracy
- praca indywidualna
- praca w parach

Środki dydaktyczne
- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna
- karty pracy

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca
- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu

Faza realizacyjna:
- Podanie podstawowych definicji:

1. Definicja proporcjonalności
Mówimy, że dwie dodatnie wielkości są wprost proporcjonalne, jeśli:
• wraz ze wzrostem jednej wielkości druga rośnie tyle samo razy
lub
• wraz ze zmniejszaniem się jednej wielkości druga zmniejsza się tyle samo razy.
2. Iloraz wielkości wprost proporcjonalnych jest stały.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

- Omówienie kilku przykładowych zadań

Przykład 1

Za 9 paczek paneli podłogowych zapłacono 1372,68 zł. Ile zapłacimy za 3 takie paczki?

Sposób I

Obliczamy cenę jednej paczki: 1372,68 zł : 9 = 152,52 zł.
Teraz łatwo obliczyć koszt 3 paczek: 152,52 zł · 3 = 457,56 zł.

Sposób II

3 paczki to 3 razy mniej niż 9 paczek, więc także koszt będzie 3 razy mniejszy:
1372,68 zł : 3 = 457,56 zł.

Przykład 2

Ania, Bolek i Zosia kupili razem los na loterii. Ania i Bolek złożyli się po 3 zł, a Zosia dała 4 zł. Ustalili, że jeśli wygrają, to podzielą się nagrodą proporcjonalnie do wysokości wpłaconej kwoty. Okazało się, że wygrali 75 zł. Jak powinni się podzielić?

Los kosztował: 3 zł + 3 zł + 4 zł = 10 zł.

Sposób I

Podzielmy wygraną na 10 równych części. Każda z nich to 75 zł : 10 = 7,50 zł.
Ania dostanie 3 takie części, czyli 3 · 7,50 zł = 22,50 zł.
Bolek również otrzyma 3 części, czyli 22,50 zł.
Zosia dostanie 4 części, czyli 4 · 7,50 zł = 30 zł.

Sposób II

Cena losu wynosi 10 zł. Z tej kwoty Ania i Bolek zapłacili po $\frac{3}{10}$, a Zosia $\frac{4}{10}$.
W związku z tym każde z nich powinno otrzymać:

Ania	Bolek	Zosia
$\frac{3}{10} \cdot 75 = 22{,}50$ [zł]	$\frac{3}{10} \cdot 75 = 22{,}50$ [zł]	$\frac{4}{10} \cdot 75 = 30$ [zł]

Każdy uczeń otrzymuje kartę pracy (zadania poniżej) do rozwiązania, ma na to 15 min. Po tym czasie wspólnie omawiamy rozwiązania, najpierw w parach, a później całą grupą.

Faza podsumowująca:

- pytania uczniów
- określenie, które z zadań sprawiło uczniom największą trudność
- krótkie posumowanie sposobów rozwiązywania zadań

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zadania z kart pracy:

Zad 1.

a)

3 razy więcej

x	1	3
y	7	

____ razy więcej

c)

____ razy mniej

x	12	6
y	18	

____ razy mniej

b)

____ razy więcej

x	5	10
y	8	

____ razy ________

d)

____ razy mniej

x	21	
y	6	2

____ razy ________

Zad. 2

4 Uzupełnij tabelę, tak aby wielkości x i y były wprost proporcjonalne. Uzupełnij luki w opisach.

a)

____ razy mniej ____ razy mniej

x	24	8	2
y	12		

____ razy mniej ____ razy mniej

c)

____ razy więcej ____ razy mniej

x	8	64	
y	5		20

____ razy więcej ____ razy mniej

b)

____ razy więcej ____ razy więcej

x	6		
y	4	16	32

____ razy więcej ____ razy więcej

d)

____ razy mniej ____ razy więcej

x	9	4,5	
y	5		10

____ razy ________ ____ razy ________

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zad. 3

5 Dzienny posiłek słonia w zoo składa się z ryżu, zbóż, warzyw i owoców. Warzywa i owoce stanowią znaczną część tego posiłku. Słoń zjada około 40 kg buraków, 50 kg marchwi i 35 kg jabłek. Ile poszczególnych warzyw i owoców zjada słoń przez trzy dni, a ile przez tydzień? Wpisz do tabeli odpowiednie ilości produktów.

	Porcja dzienna	Porcja na trzy dni	Porcja na tydzień
Buraki	40 kg		
Marchew	50 kg		
Jabłka	35 kg		

Zad. 4

7 Dziesięciu harcerzy zaplanowało czterodniowy biwak. Na każdy dzień przewidziano 6 bochenków chleba, 15 puszek pasztetu oraz 20 jabłek.

a) Uzupełnij tabelę dotyczącą ilości produktów potrzebnych na czas trwania całego biwaku.

	Liczba dni biwaku	
	1 dzień	4 dni
Liczba bochenków chleba		
Liczba puszek pasztetu		
Liczba jabłek		

b) Uzupełnij tabelę dotyczącą ilości produktów potrzebnych na jeden dzień biwaku dla innej liczby harcerzy.

	Liczba harcerzy			
	10 harcerzy	1 harcerz	8 harcerzy	11 harcerzy
Dzienna liczba bochenków chleba				
Dzienna liczba puszek pasztetu				
Dzienna liczba jabłek				

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 2

Temat: Ułamek liczby

Uczeń już potrafi:
- opisywać część danej całości za pomocą ułamka
- obliczać ułamek danej liczby całkowitej

Uczeń będzie umiał:
- obliczać ułamek danej liczby wymiernej
- obliczać liczbę, której część jest podana

Metody
- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy
- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne
- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna
- karty pracy

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca
- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna:

- Omówienie pojęcia ułamka liczby i sposobu jego obliczania, zanotowanie w zeszycie:

Zapamiętaj!
Aby obliczyć ułamek liczby, mnożymy liczbę przez ten ułamek.

Komentarz pomocniczy:
Lekcja zaczyna się od formuły: „Aby obliczyć ułamek liczby, mnożymy liczbę przez ten ułamek". Wprawdzie była już o tym mowa w piątej klasie, ale jest to fakt, który sprawia uczniom sporo kłopotów. To działanie nie jest dla uczniów naturalne. Zwłaszcza we wcześniejszych klasach ta formułka ma spowodować zapamiętanie czynności, które może nie są do końca zrozumiałe, ale

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

prowadzą do celu. Oczywiście bardzo często uczniowie wolą rozwiązywać zadanie w taki sposób, który jest dla nich zrozumiały. Na przykład, żeby obliczyć trzy ósme z 24 osób, dzielą 24 osoby na 8 grup po 3 osoby i biorą 3 razy 3 osoby, czyli 9 osób. Tego typu metody sprawdzają się w prostych zadaniach rachunkowych, ale już niekoniecznie w bardziej złożonych, algebraicznych, więc warto zwracać uwagę, że umiemy to już robić w inny sposób i do tego sposobu się odwoływać.

- Przypomnienie kilku przykładów:

Przykład 1.

Tomek odrabiał lekcje od 14.45 do 16.20. Dwie piąte tego czasu poświęcił na rozwiązywanie zadań z matematyki. Przez ile minut zajmował się pozostałymi przedmiotami?

Od 14.45 do 16.20 upływa 1 h 35 min, czyli 95 min.

Sposób I

Obliczamy $\frac{2}{5}$ czasu poświęconego przez Tomka na odrabianie lekcji.

$\frac{2}{\cancel{5}_{1}} \cdot \cancel{95}^{19} = \frac{2}{1} \cdot 19 = 38$

Tomek rozwiązywał zadania z matematyki przez 38 min, więc przez $95 - 38 = 57$ minut odrabiał lekcje z innych przedmiotów.

Sposób II

Tomek rozwiązywał zadania z matematyki przez $\frac{2}{5}$ czasu, więc pozostałe przedmioty zajęły mu $\frac{3}{5}$ czasu.

$\frac{3}{\cancel{5}_{1}} \cdot \cancel{95}^{19} = \frac{3}{1} \cdot 19 = 57$

Tomek odrabiał lekcje z innych przedmiotów przez 57 minut.

Przykład 2.

W szkole są trzy klasy siódme. Klasa 7a liczy 24 osoby, 7b – 22 osoby, a 7c – tylko 18 osób. Jaką część wszystkich uczniów klas siódmych stanowią uczniowie 7a?

We wszystkich klasach siódmych łącznie uczą się $24 + 22 + 18 = 64$ osoby.

Uczniowie klasy 7a stanowią $\frac{24}{64}$ tej liczby. Ten ułamek można jeszcze skrócić: $\frac{24}{64} = \frac{3}{8}$.

Uczniowie klasy 7a stanowią więc $\frac{3}{8}$ wszystkich uczniów klas siódmych w tej szkole.

Przykład 3.

Świeże grzyby podczas suszenia tracą $\frac{9}{10}$ swojej masy. Jaką ilość grzybów poddano suszeniu, jeżeli otrzymano 15 dag suszu?

Skoro grzyby tracą w trakcie suszenia $\frac{9}{10}$ swojej masy, z każdej porcji świeżych grzybów pozostanie $1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$ tej porcji. Oznacza to, że ususzono dziesięciokrotnie więcej grzybów, niż waży otrzymany susz, czyli:

$10 \cdot 15$ dag $= 150$ dag $= 1{,}5$ kg.

Ususzono 1,5 kg grzybów.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Każdy uczeń otrzymuje kartę pracy (zadania poniżej) do rozwiązania, ma na to 15 min. Po tym czasie wspólnie omawiamy rozwiązania, najpierw w parach, a później całą grupą.

1 Uzupełnij obliczenia.

a) $\frac{2}{3}$ liczby 12 to $\frac{2}{3} \cdot 12 =$ ______

b) $\frac{4}{7}$ liczby 21 to ____ · ____ = ______

c) $\frac{3}{5}$ z 60 min to ____________________ min

d) $\frac{3}{5}$ z 45 min to ____________________ min

2 W klasie 7d jest 10 chłopców i 14 dziewcząt. Okulary nosi 5 chłopców i 3 dziewczyny z tej klasy.

a) Jaką część klasy stanowią chłopcy? $\frac{10}{24} =$ ______

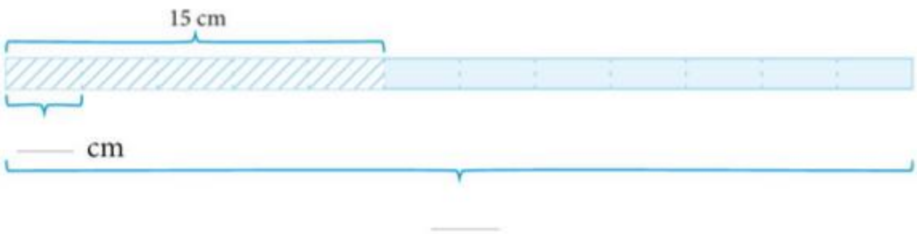
b) Jaką część klasy stanowią dziewczęta? ______ = ______

c) Jaka część chłopców nosi okulary? ______ = ______

d) Jaka część klasy nosi okulary? ______ = ______

3 Uzupełnij opisy na rysunku w podpunkcie a) i zapisz odpowiedź. Wykonaj rysunki w pozostałych podpunktach i odpowiedz na pytania w nich zawarte.

a) Jaką długość ma tasiemka, której $\frac{5}{12}$ ma 15 cm? Odp. ____________________



b) Jaką długość ma tasiemka, której $\frac{3}{7}$ ma 21 cm? Odp. ____________________

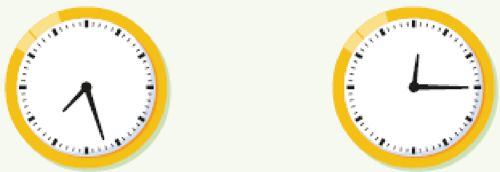
Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

I. Tata Kasi pracował w piątek do późnego wieczora. Położył się spać o północy, a w sobotę wstał już o 6.30. Po południu zdrzemnął się półtorej godziny. Potem znów pracował do północy. Jaką część soboty przespał tata Kasi?

II. W szkole jest 420 uczniów. Dziewczęta stanowią $\frac{3}{7}$ uczniów tej szkoły. Wśród chłopców aż $\frac{7}{8}$ trenuje pływanie. Ilu chłopców w tej szkole nie trenuje pływania?

III. Maciek w sobotę bardzo długo siedział przy komputerze. Przez $\frac{4}{7}$ tego czasu, czyli 2 godziny, przygotowywał projekt na lekcję geografii. Połowę pozostałego czasu wyszukiwał informacje potrzebne mu do udziału w konkursie biologicznym. Resztę czasu spędził przy wybieraniu i obrabianiu zdjęć z wakacji. Jak długo Maciek zajmował się zdjęciami?

IV. Pociąg z Suwałk wyrusza rano, a do Warszawy przyjeżdża po południu. Na zegarach podano godzinę jego odjazdu z Suwałk oraz godzinę przyjazdu do Warszawy. Odległość z Suwałk do Warszawy wynosi 324 km. Z jaką średnią prędkością jedzie ten pociąg na tej trasie?



Faza podsumowująca:

- pytania uczniów
- określenie, które z zadań sprawiło uczniom największą trudność
- krótkie posumowanie sposobów rozwiązywania zadań

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 3

Temat: Obliczanie procentu danej liczby

Uczeń już potrafi:

- przedstawiać część wielkości jako procent tej wielkości obliczać, jaki procent danej liczby b stanowi liczba a

Uczeń będzie umiał:

- obliczać liczbę a równą p procent danej liczby b
- stosować obliczanie procentu danej liczby do rozwiązywania problemów praktycznych (lokaty bankowe, mieszanki)

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna
- ulotki bankowe
- karty pracy

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna:

Wprowadzenie podstawowych pojęć i omówienie tego na przykładach:

Nauczyciel: *Wiesz już, że aby obliczyć ułamek liczby, mnożymy liczbę przez ten ułamek. Podobnie postępujemy, gdy obliczamy procent danej liczby, ponieważ procent to też ułamek, tylko inaczej zapisany.*

Następnie warto przedstawić zadanie z życia codziennego, np.

Przykład 1.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zbudowano już 83% z 200-kilometrowego odcinka autostrady. Ile to kilometrów?

Obliczamy 83% liczby 200.

Sposób I

$83\% \cdot 200 = \frac{83}{100} \cdot 200 = 166$

Zbudowano 166 km autostrady.

Tak warto liczyć na kalkulatorze:

0 . 8 3 x 2 0 0 =

Sposób II

Najpierw obliczamy 1% liczby 200, a następnie otrzymany wynik mnożymy przez 83.

$1\% \cdot 200 = \frac{1}{100} \cdot 200 = 2, \quad 2 \cdot 83 = 166$

Zbudowano 166 km autostrady.

Nauczyciel: *Kiedy zakładamy lokatę bankową, oddajemy swoje oszczędności do dyspozycji banku. W zamian za to bank powiększa je o pewną kwotę zwaną odsetkami. Oprocentowanie lokaty wskazuje, jaki procent pieniędzy wpłaconych na lokatę stanowią odsetki.*

W Polsce bank nie wypłaca właścicielowi lokaty całych odsetek, ale jedynie 81% ich wartości. Pozostałe 19% bank przekazuje do urzędu skarbowego jako podatek.

Przykład 2.

Mama Krysi wpłaciła do banku 6000 zł na roczną lokatę oprocentowaną 3% w skali roku. Ile wyniosą odsetki od tej lokaty naliczone przez bank po upływie roku? Jaką kwotę odsetek dostanie mama Krysi po odliczeniu podatku?

Obliczamy kwotę odsetek od lokaty:

$3\% \cdot 6000 = \frac{3}{100} \cdot 6000 = 180$ [zł].

Naliczone odsetki wynoszą 180 zł.

Mama Krysi dostanie 81% tej kwoty, czyli $\frac{81}{100} \cdot 180 = 145{,}80$ [zł].

Przykład 3.

Do klubu sportowego należy łącznie 450 juniorów i juniorek, z czego 24% trenuje koszykówkę. W juniorskiej sekcji koszykówki dziewczęta stanowią 25% zawodników. Ile osób liczy ta sekcja? Ile dziewcząt, a ilu chłopców w niej trenuje?

Obliczamy, ile juniorów i juniorek trenuje koszykówkę:

$24\% \cdot 450 = \frac{24}{100} \cdot 450 = 108.$

Z treści zadania wiemy, że dziewczęta stanowią 25% juniorskiej sekcji koszykówki, zatem liczba dziewcząt trenujących w tej sekcji to:

$25\% \cdot 108 = \frac{1}{4} \cdot 108 = 27.$

Aby obliczyć liczbę chłopców należących do juniorskiej sekcji koszykówki, wystarczy od liczby wszystkich jej członków odjąć liczbę dziewcząt należących do tej sekcji: $108 - 27 = 81$.

Do juniorskiej sekcji koszykówki należy 108 osób, w tym 27 dziewcząt i 81 chłopców.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Uczniowie otrzymują karty pracy i próbują je rozwiązać samodzielnie. Po 10 min. Konsultują swoje rozwiązania w parach. Następnie po kolei rozwiązujemy zadania przy tablicy multimedialnej.

Zadania z kart pracy:

1 Oblicz w pamięci.

10% liczby 80 to ____	10% liczby 240 to ____	10% liczby 110 to ____
1% liczby 80 to ____	20% liczby 240 to ____	30% liczby 110 to ____
2% liczby 80 to ____	1% liczby 240 to ____	1% liczby 110 to ____

2 Oblicz w pamięci.

10% liczby 60 to ____	10% liczby 150 to ____	10% liczby 700 to ____
1% liczby 60 to ____	1% liczby 150 to ____	30% liczby 700 to ____
2% liczby 60 to ____	4% liczby 150 to ____	1% liczby 700 to ____
12% liczby 60 to ____	14% liczby 150 to ____	31% liczby 700 to ____

3 Połącz ilustracje obliczeń wykonanych na kalkulatorze z odpowiednimi pytaniami. Przepisz działania i wpisz odpowiedzi.

Ile wynosi 12% liczby 115?	Ile wynosi 85% liczby 90?	Ile wynosi 3,5% liczby 40?
Działanie: ____	Działanie: ____	Działanie: ____
Odp. ____	Odp. ____	Odp. ____

Faza podsumowująca:

- pytania uczniów
- określenie, które z zadań sprawiło uczniom największą trudność
- krótkie posumowanie sposobów rozwiązywania zadań

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 4

Temat: Obliczenia procentowe

Uczeń już potrafi:

- stosować obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, również w przypadkach wielokrotnych podwyżek lub obniżek danej wielkości

Uczeń będzie umiał:

- stosować obliczenia procentowe do rozwiązywania różnych problemów praktycznych (podatek VAT, roztwory, odczytywanie diagramów procentowych)

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna

Komentarz dla nauczyciela: *W tym temacie wykorzystujemy i utrwalamy zdobytą wcześniej wiedzę dotyczącą procentów. Skupiamy się na rzeczywistych zastosowaniach: podwyżki i obniżki cen, podatek VAT, stężenia roztworów, diagramy procentowe. Lekcja jest bardzo ważna dlatego, że łączymy w niej zadania różnych rodzajów, w związku z tym uczniowie muszą sami zdecydować, z jakiego typu zadaniem mają akurat do czynienia. Ze społecznego punktu widzenia jest wskazane, aby uczniowie zapoznali się ze stawkami podatku VAT na poszczególne towary i usługi. Może to być temat pracy domowej. Zainteresowanych uczniów można poprosić, żeby zorientowali się w składnikach cen benzyny, sprawdzili wysokość podatku VAT i akcyzy, dowiedzieli się, czy i jak się one zmieniają. Zebrane informacje uczniowie powinni wykorzystać do samodzielnego układania zadań dotyczących procentów.*

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1.

Cena piłki po obniżce o 25% wynosi 36 zł. Ile kosztowała ta piłka przed przeceną?
Skoro cenę obniżono o 25%, to obecna cena stanowi 75% ceny początkowej.
Wiemy więc, że 75% początkowej ceny wynosi 36 zł.

Sposób I

Obliczamy, ile wynosi 1% początkowej ceny: 36 zł : 75 = 0,48 zł.
A więc początkowa cena wynosi $100 \cdot 0{,}48$ zł = 48 zł.

Sposób II

Obliczenia znacznie się uproszczą, gdy zauważymy, że 75% ceny to $\frac{3}{4}$ tej ceny.
$\frac{3}{4}$ szukanej ceny wynosi 36 zł, więc $\frac{1}{4}$ szukanej ceny wynosi 36 zł : 3 = 12 zł,
zatem szukana cena wynosi $4 \cdot 12$ zł = 48 zł.

Omówienie, czym jest cena brutto

Wiele zadań z procentami dotyczy podatków, a wśród nich – podatku od towarów i usług, czyli VAT.

Cena brutto = cena netto + podatek VAT

Zapamiętaj!

Stawka VAT to określony procent ceny netto.

Przykład 2.

Cena netto roweru trekkingowego wynosi 2500 zł. Oblicz, ile wynosi cena brutto tego roweru, uwzględniająca podatek VAT w wysokości 23%.

Cena brutto stanowi 123% ceny netto, a więc wynosi:
$1{,}23 \cdot 2500 = 3075$ [zł].

Ćwiczenie do rozwiązania dla dzieci:

W hurtowniach podawane są zazwyczaj ceny netto towarów. Przy sprzedaży doliczana jest kwota podatku VAT. Ile kosztuje kurtka, jeśli jej cena netto w hurtowni wynosi 240 zł (odzież jest objęta VAT-em w wysokości 23%)?

Przykład 3.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Deska snowboardowa kosztuje 738 zł. Jest to jej cena brutto, na którą składa się cena netto oraz 23-procentowy podatek VAT obliczany od ceny netto. Oblicz cenę netto deski oraz wartość podatku VAT.

Cena brutto (738 zł) stanowi 123% ceny netto:

123% → 738 zł

1% → 738 : 123 = 6 [zł]

100% → 6 · 100 = 600 [zł] cena netto

Wartość podatku VAT można obliczyć dwoma sposobami.

Sposób I. Od ceny brutto odejmujemy cenę netto: 738 zł − 600 zł = 138 zł.

Sposób II. Obliczamy 23% ceny netto: 0,23 · 600 zł = 138 zł.

Cena deski netto wynosi 600 zł, a podatek VAT wynosi 138 zł.

Przykład 4.

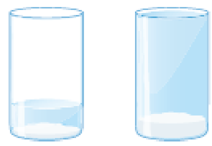
Do jednego naczynia wlano 120 g roztworu soli, który uzyskano w wyniku rozpuszczenia w wodzie 15 g soli, a do drugiego naczynia wlano 0,5 kg roztworu soli, w skład którego wchodzi 75 g soli. Który roztwór ma większe stężenie procentowe?

W pierwszym roztworze sól stanowi $\frac{15}{120}$ masy całości, czyli:

$\frac{\cancel{15}^{5}}{\cancel{120}_{40}} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = \frac{12{,}5}{100}$, co oznacza 12,5%.

Drugi roztwór ma masę 0,5 kg = 500 g, z czego 75 g stanowi sól. Tak więc sól stanowi:

$\frac{\cancel{75}^{15}}{\cancel{500}_{100}} = \frac{15}{100} = 0{,}15$, czyli 15%.



sól:	15 g	75 g
roztwór:	120 g	500 g

Większe stężenie procentowe ma drugi roztwór.

Uczniowie rozwiązują samodzielnie zadania rachunkowe:

1 Oblicz:

a) 20% liczby 15,

Obliczam procent danej liczby.

W tym zadaniu 100% to liczba 15.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

b) jakim procentem liczby 40 jest liczba 25,

Obliczam, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba.

W tym zadaniu 100% to liczba 40.

c) liczbę, której 60% wynosi 12.

Obliczam liczbę na podstawie danego jej procentu.

W tym zadaniu 100% to szukana liczba (którą mamy obliczyć).

Następnie przechodzimy do zadań, w których najpierw wyodrębnimy, czym jest 100% w danym zadaniu oraz określimy, jaki to typ zadania.

2 Wybierz właściwy opis zadania, a pozostałe skreśl. Uzupełnij informację, jaka wielkość stanowi 100%. Następnie rozwiąż zadanie.

a) W wycieczce uczestniczyło 40 osób. 5% z nich zapomniało wziąć prowiant. Ile osób nie wzięło prowiantu?

Obliczam procent danej liczby.
~~Obliczam, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba.~~
~~Obliczam liczbę na podstawie danego jej procentu.~~

W tym zadaniu 100% to wszyscy uczestnicy.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

b) Na koncercie występowało 20 osób, z których 7 grało na skrzypcach. Jaki procent wszystkich występujących stanowili skrzypkowie?

Obliczam procent danej liczby.
Obliczam, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba.
Obliczam liczbę na podstawie danego jej procentu.

W tym zadaniu 100% to ______________________.

c) W wyborach na przewodniczącego Samorządu Szkolnego wygrała Lucyna, która zdobyła 55% głosów. Na Lucynę głosowało 440 osób. Ile osób oddało głos w tych wyborach?

Obliczam procent danej liczby.
Obliczam, jakim procentem jednej liczby jest druga liczba.
Obliczam liczbę na podstawie danego jej procentu.

W tym zadaniu 100% to ______________________.

Komentarz: *Te zadania pomogą uczniom zrozumieć różnice między typami zadań. Wymaga to szerszego spojrzenia na zadanie. Teraz możemy przejść do zadań tekstowych z życia codziennego.*

Cena netto drukarki laserowej jest równa 2800 zł. Stawka VAT wynosi 23%.
Ile wynosi cena brutto?

W tym zadaniu 100% to cena netto, czyli cena bez podatku VAT.

Stawka VAT 23% oznacza, że podatek VAT to 23% ceny netto.

Podatek VAT wynosi ______________________

Cena brutto to cena netto plus podatek VAT, czyli:

2800 zł + __________ zł = __________ zł

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Cena netto pewnego towaru wynosi 200 zł, a cena brutto 216 zł. Jaka jest stawka podatku VAT?

W tym zadaniu 100% to cena netto.

Cena netto to cena bez podatku VAT.

Cena netto: ____________ zł

Cena brutto to cena z podatkiem VAT.

Cena brutto: ____________ zł

Podatek VAT wynosi:

____________ zł – ____________ zł = ____________ zł

Podatek VAT stanowi:

$\frac{\square}{200} = \frac{\square}{100}$ ceny netto, czyli ______% ceny netto.

Faza podsumowująca:

- pytania uczniów
- określenie, które z zadań sprawiło uczniom największą trudność
- krótkie posumowanie sposobów rozwiązywania zadań

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 5

Temat: <u>Potęga o wykładniku naturalnym</u>

Uczeń już potrafi:

- obliczać kwadraty i sześciany liczb naturalnych
- obliczać kwadraty i sześciany ułamków zwykłych i dziesiętnych oraz liczb mieszanych

Uczeń będzie umiał:

- zapisywać iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim
- obliczać potęgi liczb wymiernych o wykładniku naturalnym

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna:

- Przypomnienie, czym jest potęgowanie

wykładnik potęgi

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ czynników}} = a^n$$

podstawa potęgi

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

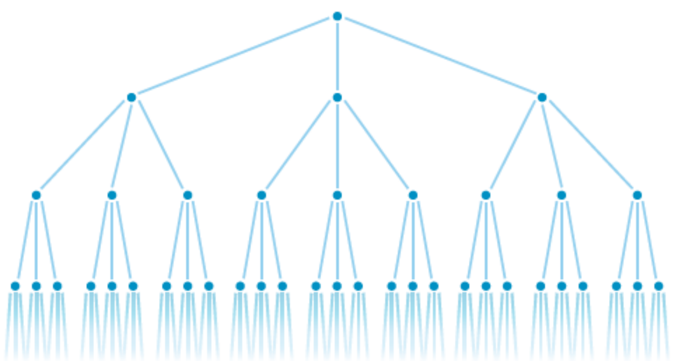
Dla dowolnej liczby a przyjmujemy $a^1 = a$.
Dla dowolnej liczby $a \neq 0$ przyjmujemy $a^0 = 1$.

Dzielimy klasę na grupy 3-osobowe i każdy dostaje następujący zestaw zadań (rozwiązania zaznaczono kolorem zielonym):

1 Uzupełnij tabelę.

Opis słowny	Zapis w postaci potęgi	Wykładnik potęgi	Podstawa potęgi	Zapis w postaci iloczynu	Wartość potęgi
kwadrat liczby (-3)	$(-3)^2$	2	-3	$(-3)\cdot(-3)$	9
czwarta potęga liczby 5	5^4	4	5	$5\cdot5\cdot5\cdot5$	625
-4 do sześcianu	$(-4)^3$	3	-4	$(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)$	-64
10 do potęgi piątej	10^5	5	10	$10\cdot10\cdot10\cdot10\cdot10$	100 000

2 Z każdej kropki powstają trzy. Zapisz w postaci iloczynu i potęgi, ile kropek jest na danym poziomie.



Poziom 0 — 3^0

Poziom 1 — 3^1

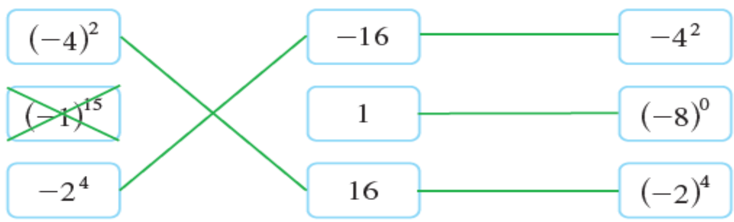
Poziom 2 — $3\cdot3 = 3^2$

Poziom 3 — $3\cdot3\cdot3 = 3^3$

...

Poziom 8 — $3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3 = 3^8$

3 Połącz działania z odpowiednimi wynikami. Skreśl te działania, których wynik się nie pojawił.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

E **8** Czy suma $\underbrace{2 + 2 + \ldots + 2}_{\text{8 składników}}$ jest równa 2^4?

Wybierz odpowiedź T albo N i jej uzasadnienie spośród 1, 2 albo 3.

T	Tak,	ponieważ	1.	liczba składników jest inna niż wykładnik potęgi.
			2.	$2 \cdot 8 = 16$ i $2^4 = 16$.
N	Nie,		3.	ta suma jest równa 2^8.

Grupy dostają zadania za każde zadanie. Wygrywa grupa z najwyższą notą.

Faza podsumowująca:

- Wyłonienie zwycięzców
- Omówienie zadań

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 6

Temat: Własności potęgowania

Uczeń już potrafi:
- mnożyć i dzielić potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich
- podnosić potęgę do potęgi

Uczeń będzie umiał:
- mnożyć potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach
- dzielić potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach

Metody
- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy
- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne
- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca
- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna

- Wprowadzenie teoretyczne:

Wzory na potęgę iloczynu i potęgę ilorazu

Dla dowolnych liczb a i b różnych od zera oraz dowolnej liczby naturalnej n prawdziwe są następujące zależności:

- potęga iloczynu jest równa iloczynowi potęg o tym samym wykładniku:

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

- potęga ilorazu jest równa ilorazowi potęg o tym samym wykładniku:

$$(a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n : b^n$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1.

Zapisz w postaci jednej potęgi iloczyn $2^3 \cdot 4^3$.

Zapisujemy każdą z potęg w postaci iloczynu, a następnie zamieniamy kolejność czynników.

$$2^3 \cdot 4^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 = (2 \cdot 4)^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 8^3$$

Przykład 2.

Zapisz w postaci jednej potęgi iloraz: a) $2^3 : 7^3$, b) $8^5 : 4^5$.

a) Zapisujemy każdą z potęg w postaci iloczynu, a dzielenie za pomocą kreski ułamkowej.

$$2^3 : 7^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{7 \cdot 7 \cdot 7}$$

Ponieważ ułamki mnożymy „licznik razy licznik, mianownik razy mianownik", możemy przekształcić to wyrażenie do postaci:

$$2^3 : 7^3 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} = \left(\frac{2}{7}\right)^3.$$

b) $8^5 : 4^5 = \frac{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8}{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{8}{4} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{8}{4} = \left(\frac{8}{4}\right)^5 = 2^5$

Przykład 3.

Oblicz: a) $9^{15} : 3^{28}$, b) $2^{20} \cdot 0{,}25^9$.

a) Obliczenie każdej z potęg 9^{15} i 3^{28} z osobna byłoby czasochłonne, spróbujemy więc przekształcić dane wyrażenie do prostszej postaci. Ani wykładniki, ani podstawy tych potęg nie są równe. Jednak podstawy nie są zupełnie przypadkowymi liczbami, bo $9 = 3^2$. Możemy wykorzystać ten fakt.

$9^{15} : 3^{28} = (3^2)^{15} : 3^{28} =$ Korzystamy ze wzoru na potęgowanie potęgi.

$= 3^{30} : 3^{28} =$ Korzystamy ze wzoru na iloraz potęg o tej samej podstawie.

$= 3^{30-28} = 3^2 = 9$

b) Zauważmy, że $0{,}25 = \frac{1}{4}$. Korzystając z tej równości, możemy rozwiązać przykład podobnie jak poprzedni.

$$2^{20} \cdot 0{,}25^9 = 2^{20} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^9 = 2^{20} \cdot \frac{1}{4^9} = \frac{2^{20}}{4^9} = \frac{2^{20}}{(2^2)^9} = \frac{2^{20}}{2^{18}} = 2^2 = 4$$

Komentarz: *Samodzielne rozwiązywanie w grupach zaczynamy od prostych zadań rachunkowych i określenie typów, który wzór pasuje do polecenia. Jeżeli uczeń nauczy się rozróżniać, z którego wzoru ma skorzystać, to dużo łatwiejsze będzie dla niego rozwiązywanie trudniejszych zadań.*

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Fundusze Europejskie Program Regionalny | SAMORZĄD WOJEWÓDZTWA WIELKOPOLSKIEGO | Unia Europejska Europejski Fundusz Społeczny

Zadania dla uczniów:

1 Jeśli to możliwe, przedstaw w postaci jednej potęgi. W przeciwnym razie oblicz. Obok wyrażenia zapisz wzór z ramki, z którego korzystasz. Jeśli nie można skorzystać z żadnego z podanych wzorów, wstaw znak –.

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$
$a^n : b^n = (a : b)^n$

a) $15^4 : 5^4 = (15:5)^4 = 3^4$ $\quad a^n : b^n = (a:b)^n$

b) $5^4 \cdot 5^2 = 5^{4+2} = 5^6$ $\quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

c) $3^4 : 2^3 = 81 : 8 = 10\frac{1}{8}$

d) $3^4 + 3^2 = 81 + 9 = 90$

e) $(3^5)^4 = 3^{5 \cdot 4} = 3^{20}$ $\quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$

f) $5^{10} \cdot 2^{10} = (5 \cdot 2)^{10} = 10^{10}$ $\quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

g) $70^8 : 7^8 = (70:7)^8 = 10^8$ $\quad a^n : b^n = (a:b)^n$

h) $5^0 - 5^2 = 1 - 25 = -24$

2 Oblicz.

$2^6 \cdot 5^6 = 10^6 = 1\,000\,000$ $\quad 4^5 \cdot 25^5 = 100^5 = 10\,000\,000\,000$

$16^{10} \cdot 0{,}125^{10} = 2^{10} = 1024$

3 Uzupełnij.

$8 = 2^{\boxed{3}}$, więc $8^2 = (2^{\boxed{3}})^{\boxed{2}} = 2^{\boxed{6}}$

$4 = 2^{\boxed{2}}$, więc $4^2 = (2^{\boxed{2}})^{\boxed{2}} = 2^{\boxed{4}}$

$27 = \boxed{3}^3$, więc $27^4 = (\boxed{3}^3)^{\boxed{4}} = \boxed{3}^{\boxed{12}}$

4 Zapisz w postaci potęgi liczby 3.

a) $27^5 = (3^3)^5 = 3^{\boxed{15}}$ $\quad$ b) $81^3 = (3^4)^3 = 3^{12}$ $\quad$ c) $9^{12} = (3^2)^{12} = 3^{24}$

Faza podsumowująca:

- Pytania uczniów
- Omówienie rozwiązań

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 7

Temat: Notacja wykładnicza

Uczeń już potrafi:

- zapisywać iloczyn jednakowych czynników w postaci potęgi o wykładniku całkowitym dodatnim

Uczeń będzie umiał:

- odczytywać i zapisywać liczby w notacji wykładniczej $a \times 10^{n}$, gdy $1 \leq a < 10$, n jest liczbą całkowitą

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna

Komentarz dla nauczyciela: *W pierwszym temacie dotyczącym notacji wykładniczej zajmujemy się tylko zapisywaniem i odczytywaniem liczb. Na początku liczb bardzo dużych, ponieważ z potęgami dodatnimi uczniowie mieli już do czynienia. W drugiej kolejności omawiamy notację wykładniczą liczb bardzo małych, ponieważ wymaga ona określenia potęgi o wykładniku ujemnym, czym do tej pory się nie zajmowaliśmy. Podstawa programowa nie zakłada znajomości potęg ujemnych, natomiast wymusza jej znajomość w zawężeniu do ujemnych potęg liczby 10 ze względu na notację wykładniczą bardzo małych liczb. Oczywiście w podręczniku podajemy definicję ujemnej potęgi każdej liczby różnej od 0, natomiast trenujemy ją tylko na potęgach dziesiątki.*

Wprowadzenie teoretyczne:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Niektóre wielkości fizyczne są bardzo duże, przez co ich zapis jest długi i niewygodny. Można jednak zapisywać je krócej.

Odległość Ziemi od Słońca:

liczba większa lub równa 1 i mniejsza od 10

$$\underbrace{150\,000\,000\,000}_{11\ \text{cyfr}}\ \text{m} = 1{,}5 \cdot 100\,000\,000\,000\ \text{m} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{m}$$

potęga o podstawie 10

Ten sposób zapisu liczb nosi nazwę **notacji wykładniczej** (lub **notacji naukowej**).

Umawiamy się, że w tym zapisie liczba, przez którą mnożymy potęgę dziesiątki, jest nie mniejsza niż 1 i mniejsza od 10, na przykład dla liczby 73 000 000:

- $7{,}3 \cdot 10^7$ – to jest notacja wykładnicza, bo $1 < 7{,}3 < 10$,
- $73 \cdot 10^6$ – to nie jest notacja wykładnicza, bo $73 > 10$.

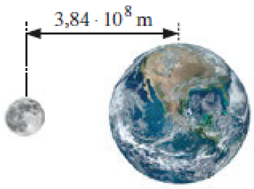
Przykład 1.1

Zapisz liczbę w notacji wykładniczej.

a) 5 000 000 b) 384 000 000 m

a) $5\,000\,000 = 5 \cdot 1\,000\,000 = 5 \cdot 10^6$

b) $384\,000\,000\ \text{m} = 3{,}84 \cdot 100\,000\,000\ \text{m} = 3{,}84 \cdot 10^8\ \text{m}$



Przykład 1.2

E

Zapisz liczbę $7{,}45 \cdot 10^8$ bez użycia notacji wykładniczej.

$7{,}45 \cdot 10^8 = 7{,}45 \cdot 100\,000\,000 = 745 \cdot 1\,000\,000 = 745\,000\,000$

Uczniowie otrzymują zadania do samodzielnego rozwiązania:

1 Uzupełnij tabelę.

Potęga	Ułamek dziesiętny	Ułamek zwykły
10^{-1}	0,1	
10^{-2}		$\frac{1}{100}$
10^{-3}		
10^{-4}		
10^{-9}		

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

2 Uzupełnij równości według wzoru. Podkreśl liczbę zapisaną w notacji wykładniczej.

Wzór: $712\,000 = 712 \cdot 10^3 = 71{,}2 \cdot 10^4 = 7{,}12 \cdot 10^5 = 0{,}712 \cdot 10^6$

a) $250\,000 = 25 \cdot 10^{\square} = 2{,}5 \cdot 10^{\square} = 0{,}25 \cdot 10^{\square}$

b) 13 700 = ____________ = ____________ = ____________ = ____________

c) 40 200 = ____________ = ____________ = ____________ = ____________

3 W ramce są cztery liczby zapisane w notacji wykładniczej. Podkreśl je.

$2 \cdot 10^7$	2000	$20 \cdot 10^6$	$0{,}3 \cdot 10^6$
$3 \cdot 10^{-8}$	$3{,}5 \cdot 10^5$	$400 \cdot 10^5$	$6{,}12 \cdot 10^4$

4 Zapisz liczbę w notacji wykładniczej.

a) $230\,000 =$ ____________

b) 200 tys. = ____________

c) $0{,}00056 =$ ____________

d) $49\,870 =$ ____________

e) $7\,600\,000\,000 =$ ____________

f) $0{,}0000007 =$ ____________

Sprawdź, czy suma dodatnich wykładników ze wszystkich podpunktów to 23, a ujemnych -11.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 8

Temat: Obliczenia w notacji wykładniczej

Uczeń już potrafi:

- mnożyć i dzielić potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich
- mnożyć potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach
- podnosić potęgę do potęgi
- odczytywać i zapisywać liczby w notacji wykładniczej

Uczeń będzie umiał:

- stosować notację wykładniczą do zapisywania wielkich i bardzo małych liczb występujących w otaczającym świecie

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna:

Komentarz: *Tym razem zaczynamy od przykładów, aby od szczegółu przejść do ogólnych zasad.*

Porównywanie liczb

Przykład 1

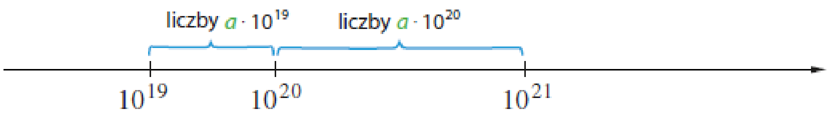
Porównaj liczby $8{,}45 \cdot 10^{19}$ oraz $1{,}2 \cdot 10^{20}$.

$8{,}45 < 10$, więc

$8{,}45 \cdot 10^{19} < 10 \cdot 10^{19} = 10^{20} < 1{,}2 \cdot 10^{20}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Widzimy, że porównywanie liczb w notacji wykładniczej jest łatwe: wystarczy porównać wykładniki potęg liczby 10. Właśnie po to przyjęto umowę, że liczba a w zapisie wykładniczym spełnia warunek $1 \leqslant a < 10$. Dzięki temu żadna liczba postaci $a \cdot 10^{19}$ nie przekracza 10^{20} ani nie jest mniejsza od 10^{19}.



Aby wykonywać obliczenia na wielkościach zapisanych w notacji wykładniczej, nie trzeba znać żadnych specjalnych metod. Wystarczą poznane już prawa działań.

Przykład 2

Słońce ma masę około $2 \cdot 10^{30}$ kg, a Ziemia „zaledwie” około $6 \cdot 10^{24}$ kg. Ile razy masa Słońca jest większa niż masa Ziemi?

$$\frac{2 \cdot 10^{30}}{6 \cdot 10^{24}} = \frac{2}{6} \cdot \frac{10^{30}}{10^{24}} = \frac{1}{3} \cdot 10^{30-24} = \frac{1}{3} \cdot 10^{6} \approx$$

$$\approx 0{,}33 \cdot 10^{6} = 3{,}3 \cdot \frac{1}{10} \cdot 10^{6} = 3{,}3 \cdot 10^{5}$$

Słońce jest cięższe od Ziemi około $3{,}3 \cdot 10^{5}$ razy (około 330 000 razy).

W zapisie bez notacji wykładniczej łatwo się pomylić w liczbie zer.

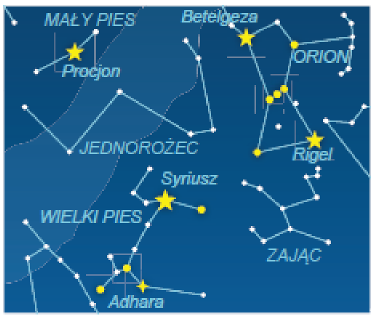
$$\frac{2\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000}{6\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000} = \frac{2\,000\,000}{6} \approx 330\,000$$

Dodawanie i odejmowanie

Liczby zapisane w notacji wykładniczej łatwo dodawać i odejmować, gdy wykładniki potęg liczby 10 są takie same. W przeciwnym wypadku trzeba je tak przekształcić, aby uzyskać równe wykładniki.

Przykład 3.1

Najjaśniejsza gwiazda na niebie (poza Słońcem) to widoczny zwłaszcza zimą Syriusz. Gdy popatrzymy na niego przez teleskop, możemy dostrzec, że składa się on z dwóch gwiazd. Pierwsza z nich ma masę $4{,}02 \cdot 10^{30}$ kg, a druga $1{,}94 \cdot 10^{30}$ kg. Jaka jest łączna masa tego układu gwiazd?



$$4{,}02 \cdot 10^{30} + 1{,}94 \cdot 10^{30} = 5{,}96 \cdot 10^{30}$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Wykładniki ujemne

Zajmijmy się teraz liczbami bardzo małymi. Okazuje się, że prawa działań na potęgach, które uzasadniliśmy dla wykładników naturalnych, są prawdziwe dla wszystkich wykładników całkowitych, gdy podstawa jest różna od 0.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m} \qquad (a^n)^m = a^{n \cdot m} \qquad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^n : a^m = a^{n-m} \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Następnie dzielimy się na 3-osobowe zespoły, zadania rozłożone są w różnych miejscach w szkole. Zadaniem każdej grupy jest znaleźć i rozwiązać jak najwięcej zadań.

2 Uzupełnij według wzoru. Skorzystaj z tabeli z zadania 1.

Ile setek mieści się w milionie?
sto: 10^2 milion: 10^6
$10^6 : 10^2 = 10^4$
Odp. W milionie mieści się 10^4, czyli 10 000 setek.

a) Ile miliardów mieści się w trylionie?

miliard: $10^{\boxed{9}}$ trylion: $10^{\boxed{18}}$ $10^{18} : 10^9 = 10^9$

Odp. W trylionie mieści się $10^{\boxed{9}}$, czyli 1 000 000 000 miliardów.

b) Ile setek milionów mieści się w bilionie?

sto milionów: $10^{\boxed{8}}$ bilion: $10^{\boxed{12}}$ $10^{12} : 10^8 = 10^4$

Odp. W bilionie mieści się $10^{\boxed{4}}$, czyli 10 000 setek milionów.

3 Porównaj liczby zapisane w notacji wykładniczej. Wstaw odpowiedni znak i podaj uzasadnienie.

a) $7 \cdot 10^5 \ \boxed{<}\ 2 \cdot 10^8$, bo $10^5 < 10^8$

b) $9 \cdot 10^{51} \ \boxed{>}\ 1 \cdot 10^{50}$, bo $10^{51} > 10^{50}$

c) $7{,}1 \cdot 10^5 \ \boxed{>}\ 4{,}12 \cdot 10^5$, bo $7{,}1 > 4{,}12$

d) $7{,}1 \cdot 10^8 \ \boxed{<}\ 7{,}12 \cdot 10^8$, bo $7{,}1 < 7{,}12$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

4 W puste miejsca wpisz liczby z ramki, tak aby zależności były spełnione.

$1,1 \cdot 10^{25}$ $7,512 \cdot 10^{23}$ $3,73 \cdot 10^{24}$ $5,4 \cdot 10^{24}$

$10^{23} <$ $7,512 \cdot 10^{23}$ $< 10^{24} <$ $3,73 \cdot 10^{24}$ $<$ $5,4 \cdot 10^{24}$ $< 10^{25} <$ $1,1 \cdot 10^{25}$

5 Oblicz. Wyniki zapisz w notacji wykładniczej, a następnie odszukaj w tabeli. Wpisz w okienka odpowiadające im litery i odczytaj hasło.

$(7 \cdot 10^{8}) \cdot (2 \cdot 10^{16}) =$ $14 \cdot 10^{24} = 1,4 \cdot 10^{25}$ K

$(6 \cdot 10^{24}) : (2 \cdot 10^{8}) =$ $\frac{6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^{8}} = 3 \cdot 10^{16}$ R

$(6 \cdot 10^{18}) \cdot (5 \cdot 10^{2}) =$ $30 \cdot 10^{20} = 3 \cdot 10^{21}$ O

$(2,8 \cdot 10^{40}) : (2 \cdot 10^{15}) =$ $\frac{2,8 \cdot 10^{40}}{2 \cdot 10^{15}} = 1,4 \cdot 10^{25}$ K

$1,4 \cdot 10^{25}$	$3 \cdot 10^{3}$	$3 \cdot 10^{16}$	$3 \cdot 10^{36}$	$3 \cdot 10^{21}$	$3 \cdot 10^{20}$	$1,4 \cdot 10^{24}$
K	A	R	T	O	N	Y

8 Pod zdjęciami podano masy zwierząt. Odpowiedz na poniższe pytania. Zapisz wykonywane działania.

$5 \cdot 10^{3}$ kg

10^{2} kg

$1,5 \cdot 10^{3}$ kg

$1,5 \cdot 10^{-1}$ kg

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Czy trzy żyrafy są cięższe od słonia?

trzy żyrafy: $3 \cdot$ $1{,}5 \cdot 10^3$ kg $=$ $4{,}5 \cdot 10^3$ kg   słoń: $5 \cdot 10^3$ kg

Odp. Nie.

Co jest cięższe: tysiąc chomików czy dwie pandy?

tysiąc chomików: $10^3 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-1}$ kg $= 1{,}5 \cdot 10^2$ kg

dwie pandy: $2 \cdot 10^2$ kg

Odp. Dwie pandy.

Ile chomików waży tyle co żyrafa? $\frac{1{,}5 \cdot 10^3 \text{ kg}}{1{,}5 \cdot 10^{-1} \text{ kg}} = 10^4 = 10\,000$

Odp. 10 000

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 9

Temat: <u>Pierwiastek kwadratowy</u>

Uczeń już potrafi:

- obliczać kwadraty liczb naturalnych

Uczeń będzie umiał:

- obliczać wartości pierwiastków kwadratowych z liczb, które są kwadratami liczb wymiernych

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

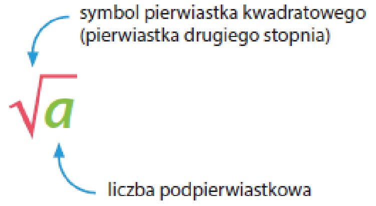
Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu

Faza realizacyjna

- Wprowadzenie teoretyczne:

Poznamy teraz nowe działanie – pierwiastkowanie.



Przyjrzyj się poniższym przykładom.

$\sqrt{16} = 4$, bo $4^2 = 16$

$\sqrt{25} = 5$, bo $5^2 = 25$

$\sqrt{81} = 9$, bo $9^2 = 81$

$\sqrt{100} = 10$, bo $10^2 = 100$

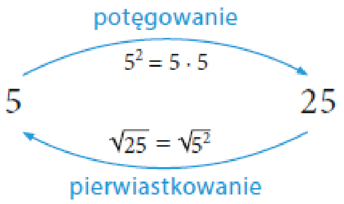
$\sqrt{25}$ czytamy:
pierwiastek z 25
albo pierwiastek kwadratowy z 25,
albo pierwiastek drugiego stopnia z 25

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Pierwiastek kwadratowy a podnoszenie do kwadratu liczb naturalnych

Pierwiastkowanie to działanie związane z potęgowaniem, podobnie jak dzielenie jest związane z mnożeniem czy dodawanie z odejmowaniem.

Zauważ, że:



Podobnie jak:

Przykład 1.

Podaj wartość pierwiastka i uzasadnij odpowiedź.

a) $\sqrt{36}$ b) $\sqrt{1}$ c) $\sqrt{0}$ d) $\sqrt{144}$ e) $\sqrt{256}$

a) $\sqrt{36} = 6$, bo $6^2 = 36$

b) $\sqrt{1} = 1$, bo $1^2 = 1$

Te liczby znasz z tabliczki mnożenia.

c) $\sqrt{0} = 0$, bo $0^2 = 0$

d) $\sqrt{144} = 12$, bo $12^2 = 144$

e) $\sqrt{256} = 16$, bo $16^2 = 256$

Do takich przykładów przydaje się znajomość kwadratów większych liczb.

Teraz uczniowie rozwiązują kilka przykładów. Najpierw samodzielnie, a później sprawdzamy przy tablicy.

Podaj wartość pierwiastka i uzasadnij odpowiedź.

a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{196}$ c) $\sqrt{289}$

Zapamiętaj

Pierwiastek kwadratowy nigdy nie jest liczbą ujemną.
Liczba pod pierwiastkiem kwadratowym nie może być ujemna.

Zapamiętaj

Pierwiastkiem kwadratowym z liczby nieujemnej a nazywamy taką liczbę nieujemną b, dla której $b^2 = a$. Piszemy wówczas $b = \sqrt{a}$.
Pierwiastek kwadratowy nazywany jest również **pierwiastkiem drugiego stopnia.**

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład

Oblicz pierwiastek i uzasadnij odpowiedź.

a) $\sqrt{\frac{49}{81}}$ b) $\sqrt{2\frac{14}{25}}$ c) $\sqrt{0{,}04}$ d) $\sqrt{0{,}36}$ e) $\sqrt{2{,}89}$

a) $\sqrt{\frac{49}{81}} = \frac{7}{9}$, bo $\left(\frac{7}{9}\right)^2 = \frac{49}{81}$

b) $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{8}{5}$, bo $\left(\frac{8}{5}\right)^2 = \frac{64}{25}$

c) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$, bo $0{,}2^2 = 0{,}04$ inaczej: $\sqrt{\frac{4}{100}} = \frac{2}{10}$, bo $\left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{4}{100}$

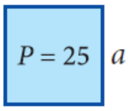
d) $\sqrt{0{,}36} = 0{,}6$, bo $0{,}6^2 = 0{,}36$ inaczej: $\sqrt{\frac{36}{100}} = \frac{6}{10}$, bo $\left(\frac{6}{10}\right)^2 = \frac{36}{100}$

e) $\sqrt{2{,}89} = 1{,}7$, bo $1{,}7^2 = 1{,}7 \cdot 1{,}7 = 2{,}89$ inaczej: $\sqrt{\frac{289}{100}} = \frac{17}{10}$, bo $\left(\frac{17}{10}\right)^2 = \frac{289}{100}$

Zadania

1 Oblicz długość boku kwadratu.

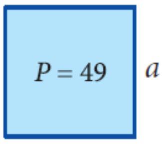
a)



$\sqrt{25} = \boxed{5}$

$a = \boxed{5}$

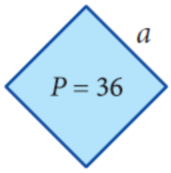
b)



$\sqrt{49} = \boxed{7}$

$a = \boxed{7}$

c)



$\sqrt{36} = \boxed{6}$

$a = \boxed{6}$

2 Oblicz pierwiastek i uzasadnij wynik.

a) $\sqrt{16} = $ 4, bo 4 · 4 = 16

b) $\sqrt{81} = $ 9, bo 9 · 9 = 81

c) $\sqrt{3600} = $ 60, bo 60 · 60 = 3600

d) $\sqrt{10\,000} = $ 100, bo 100 · 100 = 10 000

3 Oblicz kwadraty, a następnie pierwiastki. Każdy pierwiastek połącz z działaniem, które uzasadnia jego wartość.

$\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$

$\sqrt{0{,}0004} = 0{,}02$

$0{,}02^2 = 0{,}0004$

$\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$

$\sqrt{\frac{9}{49}} = \frac{3}{7}$

$\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$

$0{,}2^2 = 0{,}04$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

4 Oblicz. Skorzystaj z tablic na s. 128.

a) $\sqrt{529} = 23$ $\quad \sqrt{576} = 24$ $\quad \sqrt{841} = 29$

b) $\sqrt{5{,}29} = 2{,}3$ $\quad \sqrt{0{,}0676} = 0{,}26$ $\quad \sqrt{48\,400} = 220$

c) $\sqrt{\frac{121}{529}} = \frac{11}{23}$ $\quad \sqrt{\frac{441}{625}} = \frac{21}{25}$ $\quad \sqrt{\frac{484}{529}} = \frac{22}{23}$

5 Oblicz.

a) $\sqrt{729} \cdot \sqrt{729} = 729$

b) $\sqrt{625^2} = 625$

c) $\sqrt{28^2} = 28$

d) $\sqrt{841} \cdot \sqrt{841} = 841$

e) $(\sqrt{441})^2 = 441$

f) $\sqrt{23^2} = 23$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 10

Temat: <u>Szacowanie pierwiastków</u>

Uczeń już potrafi:

- obliczać wartości pierwiastków kwadratowych z liczb, które są kwadratami liczb wymiernych

Uczeń będzie umiał:

- szacować wielkość danego pierwiastka kwadratowego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki kwadratowe
- porównywać wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki z daną liczbą wymierną
- znajdować liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości, na przykład znajdować liczbę całkowitą a taką, że: $a \leq \sqrt{137} \leq a+1$

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna:

W poszukiwaniu $\sqrt{2}$

Umiemy obliczyć pierwiastki z niektórych liczb naturalnych.

$\sqrt{0}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{6}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{9}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{11}$ $\sqrt{12}$ $\sqrt{13}$ $\sqrt{14}$ $\sqrt{15}$ $\sqrt{16}$ $\sqrt{17}$

$\sqrt{0}=0$, $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$

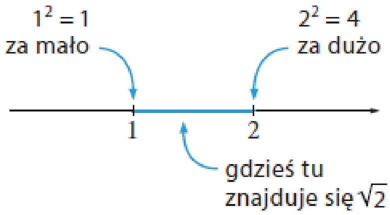
A co z pozostałymi liczbami? Spróbujmy znaleźć $\sqrt{2}$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1

Znajdź dwie kolejne liczby o jednej cyfrze po przecinku, między którymi na osi liczbowej mieści się $\sqrt{2}$.

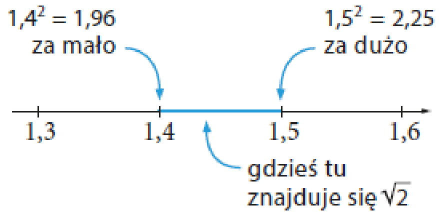
Na początek zauważmy, że $\sqrt{2}$ mieści się między 1 a 2, bo:
$1^2 = 1$ – to mniej niż 2, czyli za mało,
$2^2 = 4$ – to więcej niż 2, czyli za dużo.



Nie znaleźliśmy $\sqrt{2}$, ale wiemy, że musi się mieścić między 1 a 2.

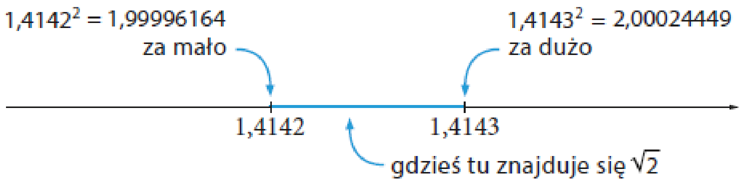
Poszukajmy więc liczby z jednym miejscem po przecinku, która po podniesieniu do kwadratu byłaby zbliżona do 2.
Obliczamy na kalkulatorze:

$1{,}1^2 = 1{,}21$ – za mało
$1{,}2^2 = 1{,}44$ – za mało
$1{,}3^2 = 1{,}69$ – za mało
$1{,}4^2 = 1{,}96$ – troszeczkę za mało
$1{,}5^2 = 2{,}25$ – za dużo



W takim razie $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$.

W ten sam sposób można szukać kolejnych cyfr po przecinku, czyli coraz dokładniejszych przybliżeń liczby $\sqrt{2}$.



Wstęp teoretyczny:

Zapamiętaj

Liczba wymierna to liczba, którą można zapisać jako ułamek zwykły, czyli w postaci $\frac{a}{b}$, gdzie a i b są liczbami całkowitymi i $b \neq 0$ (czytamy: b jest różne od zera).

Każdą liczbę wymierną można zapisać w postaci skończonego lub okresowego ułamka dziesiętnego.

Zapamiętaj

Pierwiastek z liczby naturalnej albo jest liczbą naturalną, albo jest liczbą niewymierną.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zapamiętaj

Z przybliżonych wartości pierwiastków, np. $\sqrt{3} \approx 1{,}73$, korzystamy w zadaniach z kontekstem praktycznym lub gdy jest to napisane w poleceniu. W pozostałych przypadkach podajemy dokładne wartości, np. $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}-1$, $2\sqrt{3}$.

Przechodzimy do zadań, który każdy wykonuje samodzielnie. Nauczyciel podchodzi do uczniów i nadzoruje pracę.

1 Wpisz w okienka odpowiednie liczby. Następnie połącz podane pod osią pierwiastki z odpowiadającymi im punktami na osi liczbowej.

$\sqrt{2}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{7}$ $\sqrt{20}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{15}$

2 Uzupełnij tabelę. Następnie podaj, korzystając z tabeli, dwie kolejne liczby naturalne, między którymi znajduje się dany pierwiastek.

x		3			6		8	9	10		12		14	15
x^2	4		16	25		49				121		169		

a) $\sqrt{22}$

$\boxed{16} < 22 < \boxed{25}$

$\sqrt{\boxed{16}} < \sqrt{22} < \sqrt{\boxed{25}}$

$\boxed{4} < \sqrt{22} < \boxed{}$

b) $\sqrt{75}$

$\boxed{64} < 75 < \boxed{}$

$\sqrt{\boxed{64}} < \sqrt{75} < \sqrt{\boxed{}}$

$\boxed{} < \sqrt{75} < \boxed{}$

c) $\sqrt{109}$

$\boxed{} < 109 < \boxed{}$

$\sqrt{\boxed{}} < \sqrt{109} < \sqrt{\boxed{}}$

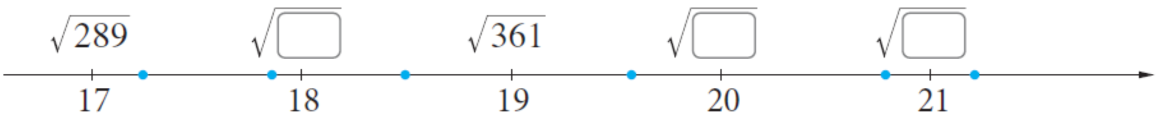
$\boxed{} < \sqrt{109} < \boxed{}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

3 Wśród podanych pierwiastków połowa to liczby wymierne, a połowa to liczby niewymierne. Podkreśl liczby niewymierne.

$\sqrt{3600}$ $\sqrt{0}$ $\sqrt{640}$ $\sqrt{1}$ $\sqrt{18}$ $\sqrt{255}$ $\sqrt{625}$ $\sqrt{360}$ $\sqrt{63}$ $\sqrt{81}$

4 Wpisz w okienka odpowiednie liczby. Następnie połącz podane pod osią pierwiastki z odpowiadającymi im punktami na osi liczbowej.



$\sqrt{383}$ $\sqrt{319}$ $\sqrt{432}$ $\sqrt{450}$ $\sqrt{342}$ $\sqrt{297}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 11

Temat: <u>Własności pierwiastkowania</u>

Uczeń już potrafi:

- obliczać wartości pierwiastków kwadratowych z liczb, które są kwadratami liczb wymiernych
- szacować wielkość danego pierwiastka kwadratowego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki kwadratowe

Uczeń będzie umiał:

- obliczać pierwiastek kwadratowy z iloczynu i ilorazu dwóch liczb,
- wyłączać liczbę przed znak pierwiastka kwadratowego i włączać liczbę pod znak pierwiastka kwadratowego
- mnożyć i dzielić pierwiastki kwadratowe
- upraszczać obliczenia na pierwiastkach kwadratowych
- dodawać wyrażenia zawierające pierwiastki kwadratowe

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna

- Wstęp teoretyczny:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Pierwiastek z iloczynu i z ilorazu

Przyjrzyjmy się czterem parom działań.

mnożenie	$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$	$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$	równe wyniki
dzielenie	$\sqrt{\frac{64}{4}} = \sqrt{16} = 4$	$\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}} = 8 : 2 = 4$	równe wyniki
dodawanie	$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$	$\sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$	różne wyniki
odejmowanie	$\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$	$\sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = 2$	różne wyniki

Widzimy, że:

$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9}$ i $\sqrt{\frac{64}{4}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{4}}$,

natomiast dla dodawania i odejmowania podobne równości nie zachodzą.

Zapamiętaj

Dla dowolnych nieujemnych liczb a i b **pierwiastek z iloczynu** jest równy iloczynowi pierwiastków.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Dla dowolnej nieujemnej liczby a oraz dodatniej liczby b **pierwiastek z ilorazu** jest równy ilorazowi pierwiastków.

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Zapamiętaj

Dla $a \geqslant 0$ i $b \geqslant 0$:

$$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$$

Rozwiązywanie zadań przy tablicy:

1. Wykonaj polecenia. ▶ Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A ← P2.1 Włącz liczbę pod pierwiastek.

a) $7\sqrt{2}$ c) $\frac{1}{3}\sqrt{18}$ e) $\frac{1}{2}\sqrt{8}$ g) $3\sqrt{11}$ i) $5\sqrt{5}$

b) $0{,}4\sqrt{3}$ d) $5\sqrt{7}$ f) $0{,}2\sqrt{7}$ h) $\frac{2}{5}\sqrt{15}$ j) $\frac{1}{4}\sqrt{6}$

poziom B ← P3 Wyłącz liczbę przed pierwiastek.

a) $\sqrt{48}$ c) $\sqrt{245}$ e) $\sqrt{800}$ g) $\sqrt{24}$ i) $\sqrt{80}$

b) $\sqrt{216}$ d) $\sqrt{450}$ f) $\sqrt{50}$ h) $\sqrt{75}$ j) $\sqrt{192}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

poziom C
← P4a

Zapisz w prostszej postaci.

a) $2\sqrt{3}+3\sqrt{3}-\sqrt{3}$
b) $3\sqrt{5}-4\sqrt{5}+\sqrt{5}$
c) $4\sqrt{2}+5\sqrt{2}$
d) $5\sqrt{7}-3\sqrt{7}$
e) $\sqrt{11}-5\sqrt{11}+7\sqrt{11}$
f) $6\sqrt{6}+2\sqrt{6}-7\sqrt{6}$
g) $4\sqrt{8}-5\sqrt{8}+6\sqrt{8}$
h) $-\sqrt{3}-3\sqrt{3}+10\sqrt{3}$
i) $7\sqrt{15}-2\sqrt{15}$

poziom D
← P4b

Zapisz w prostszej postaci.

a) $4\sqrt{3}-\sqrt{27}-2\sqrt{12}$
b) $2\sqrt{125}-3\sqrt{45}+4\sqrt{5}$
c) $\sqrt{200}-\sqrt{162}+\sqrt{2}$
d) $\sqrt{63}+3\sqrt{7}-\sqrt{28}$
e) $5\sqrt{11}-\sqrt{44}+\sqrt{99}$
f) $\sqrt{20}-\sqrt{45}+\sqrt{500}$
g) $\sqrt{2}+\sqrt{8}-\sqrt{32}$
h) $3\sqrt{3}+\sqrt{48}+\sqrt{75}$
i) $2\sqrt{8}-\sqrt{18}+5\sqrt{50}$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 12

Temat: <u>Pierwiastek trzeciego stopnia</u>

Uczeń już potrafi:

- obliczać sześciany liczb naturalnych

Uczeń będzie umiał:

- obliczać wartości pierwiastków sześciennych z liczb, które są sześcianami liczb wymiernych
- szacować wielkość danego pierwiastka sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki sześcienne
- porównywać wartość wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki sześcienne z daną liczbą wymierną
- znajdować liczby wymierne większe lub mniejsze od takiej wartości

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

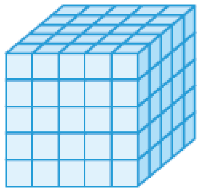
Faza realizacyjna

Komentarz: *Wprowadzając pierwiastek sześcienny, odwołujemy się do sześcianu i jego krawędzi. Zgodnie z taką interpretacją geometryczną podano określenie pierwiastka sześciennego tylko dla liczb nieujemnych.*

Zaczynamy od przykładu:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1



Na rysunku przedstawiono sześcian składający się z jednakowych sześciennych klocków. Klocki układają się w pięć warstw, przy czym każdą z nich tworzy 25 klocków, ułożonych w pięciu rzędach po 5 klocków w każdym rzędzie. Sześcian składa się więc z $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3 = 125$ klocków.

Ustal, ile takich klocków należy ułożyć wzdłuż krawędzi sześcianu, który ma się składać z 27 klocków.

Szukamy liczby, której trzecia potęga jest równa 27. Taką liczbą jest 3:

$$3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27.$$

Wzdłuż krawędzi budowanego sześcianu należy ułożyć 3 klocki.

Wstęp teoretyczny:

Jeśli chcemy znaleźć liczbę, której kwadrat znamy, wyciągamy pierwiastek kwadratowy.
Jeśli chcemy znaleźć liczbę, której sześcian znamy, wyciągamy pierwiastek sześcienny.

symbol pierwiastka sześciennego (pierwiastka trzeciego stopnia)

$$\sqrt[3]{a}$$

stopień pierwiastka

liczba podpierwiastkowa

Na przykład:

- $\sqrt[3]{8} = 2$, bo $2^3 = 8$,
- $\sqrt[3]{1000} = 10$, bo $10^3 = 1000$.

Podobnie:

- $\sqrt{49} = 7$, bo $7^2 = 49$,
- $\sqrt{100} = 10$, bo $10^2 = 100$.

Zapamiętaj

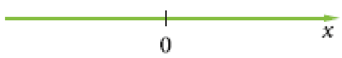
Pierwiastkiem sześciennym z liczby a nazywamy taką liczbę b, dla której $b^3 = a$.
Piszemy wówczas $b = \sqrt[3]{a}$.

Pierwiastek sześcienny nazywa się również **pierwiastkiem trzeciego stopnia.**

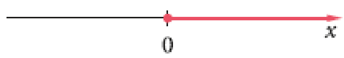
Zauważ, że:

- jeśli podniesiemy liczbę do sześcianu, możemy otrzymać wartość ujemną, więc pierwiastek trzeciego stopnia możemy wyciągać z dowolnej liczby.
- jeśli podniesiemy liczbę do kwadratu, zawsze otrzymamy wartość nieujemną, więc pierwiastek kwadratowy możemy wyciągać tylko z liczb nieujemnych.

$\sqrt[3]{a}$ — a może być ujemne.



$\sqrt{a}$ — a nie może być ujemne ($a \geqslant 0$).



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zapamiętaj

Dla dowolnej liczby a:

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{a \cdot a \cdot a} = a$$

Szacowanie pierwiastków

Dla dowolnej liczby całkowitej n liczba $\sqrt[3]{n}$ jest albo liczbą całkowitą, albo niewymierną, np.:

$\sqrt[3]{8} = 2$ $\quad\sqrt[3]{9}$

$\sqrt[3]{-64} = -4$ $\quad\sqrt[3]{-20}$

Podobnie:
dla dowolnej liczby **naturalnej** n liczba $\sqrt{n}$ jest albo liczbą naturalną, albo niewymierną, np.:
$\sqrt{25} = 5$, $\quad\sqrt{27}$, $\sqrt{101}$

Rozwiązujemy zadania przy tablicy i w zeszycie:

1. Podaj pierwiastek trzeciego stopnia i uzasadnij odpowiedź.

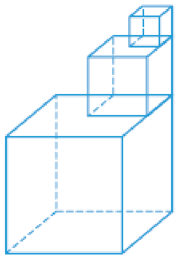
a) $\sqrt[3]{-1}$ c) $\sqrt[3]{-0{,}008}$ e) $\sqrt[3]{-0{,}064}$ g) $\sqrt[3]{-0{,}125}$ i) $\sqrt[3]{-0{,}000512}$

b) $\sqrt[3]{216}$ d) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$ f) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$ h) $\sqrt[3]{1\frac{61}{64}}$ j) $\sqrt[3]{4\frac{17}{27}}$

2. Z trzech sześciennych klocków o objętościach V_1, V_2 i V_3 zbudowano wieżę taką, jak pokazano na rysunku. Oblicz jej wysokość, jeśli objętości klocków są równe:

a) $V_1 = 1000\ \text{cm}^3$, $V_2 = 512\ \text{cm}^3$, $V_3 = 216\ \text{cm}^3$,

b) $V_1 = 1331\ \text{cm}^3$, $V_2 = 729\ \text{cm}^3$, $V_3 = 125\ \text{cm}^3$.



3. Oblicz.

a) $\sqrt[3]{125} + \sqrt[3]{8}$ c) $\sqrt[3]{-1000} + \sqrt[3]{27}$ e) $(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2$ g) $(\sqrt[3]{9})^3 - \sqrt[3]{7^3}$

b) $\sqrt[3]{125} - \sqrt[3]{64}$ d) $\sqrt[3]{512} - \sqrt[3]{-216}$ f) $\sqrt{11^2} - 2\sqrt{3^2}$ h) $4\sqrt[3]{6^3} - (\sqrt[3]{-12})^3$

4. Znajdź x.

a) $\sqrt[3]{x} = 3$ b) $\sqrt[3]{x} = -10$ c) $\sqrt[3]{x} = 5$

5. Naziemna część sklepu firmy Apple w Nowym Jorku ma kształt sześcianu o objętości równej około $729\ \text{m}^3$. Czy można go obejść dookoła, wykonując 50 kroków po 80 cm każdy?

6. Objętość prostopadłościanu o wymiarach $4\ \text{cm} \times 8\ \text{cm} \times 16\ \text{cm}$ jest równa objętości sześcianu o krawędzi a. Wyznacz długość krawędzi sześcianu.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 13

Temat: Działania na potęgach i pierwiastkach

Uczeń już potrafi:

- obliczać potęgi liczb wymiernych o wykładniku naturalnym
- mnożyć i dzielić potęgi o wykładnikach całkowitych dodatnich
- podnosić potęgę do potęgi
- mnożyć potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach
- dzielić potęgi o różnych podstawach i jednakowych wykładnikach
- obliczać wartości pierwiastków kwadratowych i sześciennych z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych
- szacować wielkość danego pierwiastka kwadratowego lub sześciennego oraz wyrażenia arytmetycznego zawierającego pierwiastki
- obliczać pierwiastek z iloczynu i ilorazu dwóch liczb, wyłączać liczbę przed znak pierwiastka i włączać liczbę
- pod znak pierwiastka mnożyć i dzielić pierwiastki tego samego stopnia

Uczeń będzie umiał:

- usuwać niewymierność z mianownika przekształcać wyrażenia zawierające potęgi o wykładnikach naturalnych oraz pierwiastki kwadratowe i sześcienne

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Faza realizacyjna:

Komentarz: *W tym temacie po raz pierwszy spotykają się dwa światy: potęg i pierwiastków. Omawialiśmy je do tej pory osobno. Mamy zatem okazję do powtórzenia.*

Rozwiązywanie zadań z podręcznika przy tablicy i w zeszycie:

1. Usuń niewymierność z mianownika.

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ c) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ d) $\frac{2}{3\sqrt{5}}$ e) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ f) $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

2. Sprawdź, czy liczby są równe.

a) $\frac{3}{\sqrt{15}}$ i $\frac{\sqrt{15}}{5}$ b) $2\sqrt{8}$ i $\frac{4}{\sqrt{8}}$ c) $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ i $\frac{3}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}}$

3. Usuń niewymierność z mianownika. Korzystając z przybliżenia $\sqrt{2} \approx 1{,}41$, podaj przybliżoną wartość wyrażenia po zaokrągleniu do jednego miejsca po przecinku.

a) $\frac{8}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{6}{\sqrt{8}}$ c) $\frac{10}{\sqrt{2}}$

4. Oblicz.

a) $\sqrt{8^2} + \sqrt{36^2}$ c) $(\sqrt{28})^2 - (\sqrt{16})^2$ e) $\sqrt[3]{1000^2} + \sqrt{100^3}$

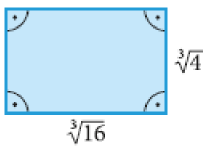
b) $\sqrt[3]{27^3} + \sqrt[3]{3^3}$ d) $(\sqrt[3]{9})^3 - (\sqrt[3]{19})^3$ f) $(\sqrt{64})^3 - \sqrt[3]{8^2}$

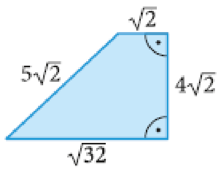
5. Doprowadź podaną liczbę do postaci $a\sqrt{b}$, gdzie a jest liczbą całkowitą i b jest liczbą naturalną.

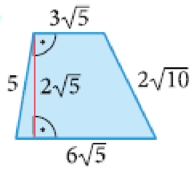
a) $8\sqrt{3} + \sqrt{27}$ c) $\sqrt{48} + \sqrt{12}$ e) $\sqrt{72} + \sqrt{50} - \sqrt{32}$

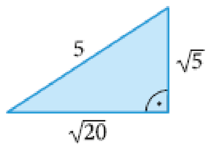
b) $7\sqrt{5} - \sqrt{125}$ d) $\sqrt{75} - \sqrt{300}$ f) $\sqrt{20} + \sqrt{45} - \sqrt{500}$

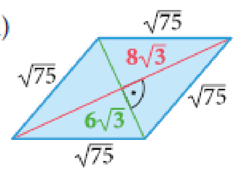
6. Oblicz obwód i pole figury.

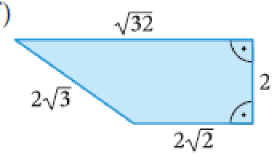
a)


c)


e)


b)


d)


f)


Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 14

Temat: Od wzorków do wzorów

Uczeń już potrafi:

- korzystać z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe; zamieniać wzór na opis słowny
- stosować oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisywać proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji praktycznych

Uczeń będzie umiał:

- obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
- rozpoznawać równe wyrażenia algebraiczne
- zapisywać zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych zapisywać rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna
- zapałki

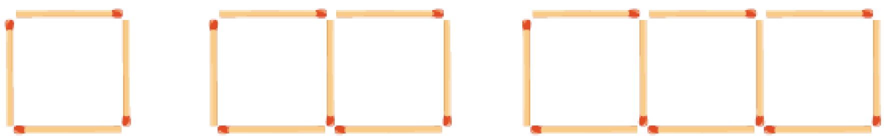
Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna: Nauczyciel wyświetla na tablicy układ, a uczniowie układają zapałki

Przyjrzyj się rysunkom.



1 kwadrat – 4 zapałki

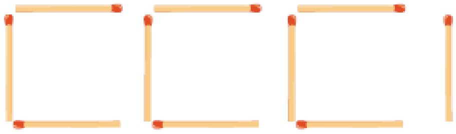
2 kwadraty – 7 zapałek

3 kwadraty – 10 zapałek

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Ilu zapałek potrzeba, aby w ten sam sposób ułożyć cztery kwadraty, pięć kwadratów oraz sześć kwadratów? A ilu – aby ułożyć sto kwadratów w jednym rzędzie? A tysiąc kwadratów? W tym przypadku rysowanie byłoby zbyt pracochłonne. Możemy to obliczyć znacznie szybciej, jeśli zauważymy ogólną zależność, pozwalającą znaleźć liczbę zapałek dla dowolnej liczby kwadratów.

Każdy kwadrat składa się z trzech zapałek (bo czwarty bok należy już do następnego kwadratu). Dopiero na końcu musimy dodać jeszcze jedną zapałkę, żeby zamknąć rysunek.



Możemy powiedzieć: „Łącznie jest trzy razy tyle zapałek, ile kwadratów, i jeszcze jedna". Żeby unikać takich długich opisów słownych, w matematyce dla uproszczenia stosujemy symbole literowe. Jeśli liczbę kwadratów oznaczymy literą n, możemy zapisać liczbę zapałek jako:

$$3 \cdot n + 1$$

trzy razy tyle, ile kwadratów i jeszcze jedna zapałka

Zapamiętaj

W wyrażeniach algebraicznych oprócz (lub zamiast) liczb mogą się pojawiać także litery.

Nauczyciel: *Litery w takim wyrażeniu nazywamy zmiennymi. Na przykład zmienną w rozważaniach dotyczących układania kwadratów z zapałek jest litera* n. *Słowo „zmienna" oznacza, że* n *może się zmieniać: czasem oznacza liczbę 2, czasem liczbę 3, a kiedy indziej 100. Dzięki temu jednym wyrażeniem możemy opisać sytuację dla różnych danych. Na przykład w geometrii jeden wzór* $P = ab$ *opisuje sposób obliczania pól prostokątów o wszystkich możliwych bokach.*

Wyrażenie algebraiczne nie oznacza żadnej konkretnej liczby. Kiedy jednak określimy, jaką liczbę symbolizuje zmienna, wyrażenie zyskuje określoną wartość liczbową.

Popatrzmy na przykład, jakie wartości przyjmuje nasze wyrażenie opisujące liczbę zapałek: $3n + 1$ *dla różnych wartości n (czyli różnych liczb kwadratów).*

n kwadratów	$(3 \cdot n + 1)$ zapałek	Z ilu zapałek ułożymy te kwadraty?
$n = 1$	$3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 1 + 1 = 3 + 1 = 4$	1 kwadrat ułożymy z 4 zapałek.
$n = 2$	$3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 2 + 1 = 6 + 1 = 7$	2 kwadraty ułożymy z 7 zapałek.
$n = 3$	$3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 3 + 1 = 9 + 1 = 10$	3 kwadraty ułożymy z 10 zapałek.
$n = 100$	$3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 100 + 1 = 301$	100 kwadratów ułożymy z 301 zapałek.
$n = 1000$	$3 \cdot n + 1 = 3 \cdot 1000 + 1 = 3001$	1000 kwadratów ułożymy z 3001 zapałek.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Rozwiązywanie zadań przy tablicy i w zeszycie:

1. Oblicz wartość wyrażenia dla podanych wartości zmiennych. Pamiętaj o informacji z ramki „Zapamiętaj” ze s. 153 ▶ Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A ← P1.1a

a) $4k - 8$ dla $k = 2$
b) $\frac{2}{3b-2}$ dla $b = 3$
c) $\frac{a^2+5a}{6}$ dla $a = 3$
d) $2x + x^2$ dla $x = 4$
e) $p^2 - p^3$ dla $p = 2$
f) $3m - 1$ dla $m = 4$
g) $\frac{2}{5}(y+3)^2$ dla $y = 7$
h) $t(t+2)$ dla $t = 5$
i) $\frac{3z^2-2z}{153}$ dla $z = 0$

poziom B ← P1.1b

a) $5m + m^2$ dla $m = -3$
b) $\frac{4{,}5+2b^2}{3}$ dla $b = -3$
c) $k^2 - k^3$ dla $k = -2$
d) $3x^2 + 2x$ dla $x = -1$
e) $\frac{-7}{8-4a}$ dla $a = -1$
f) $2(4p+1) - 5$ dla $p = -1$
g) $y(y+3)$ dla $y = -4$
h) $\frac{3}{4}(t-2)^2$ dla $t = -6$
i) $\frac{4z-2}{11}$ dla $z = -2$

poziom C ← P1.1c

a) $\frac{2a-b^2}{4}$ dla $a = 5$ i $b = -3$
b) $3{,}5x + 5y$ dla $x = -5$ i $y = 2$
c) $3x - \frac{1}{2}y$ dla $x = 6$ i $y = -4$
d) $\frac{4}{t+3s}$ dla $t = -3$ i $s = -2$
e) $3mn + m^2n$ dla $m = 2$ i $n = -6$
f) $2r(p+1)^2$ dla $p = -4$ i $r = -2$
g) $\frac{2}{7}(c-2d)^2$ dla $c = 2$ i $d = -6$
h) $0{,}2d^2(c-d)$ dla $c = 0$ i $d = -5$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 15

Temat: Suma algebraiczna i jej wyrazy

Uczeń już potrafi:

- korzystać z nieskomplikowanych wzorów, w których występują oznaczenia literowe; zamieniać wzór na opis słowny
- stosować oznaczenia literowe nieznanych wielkości liczbowych i zapisywać proste wyrażenia algebraiczne na podstawie informacji praktycznych
- obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
- rozpoznawać równe wyrażenia algebraiczne

Uczeń będzie umiał:

- dodawać wyrazy podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym)
- dodawać i odejmować sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Faza realizacyjna:

Suma algebraiczna

Spójrz na wyrażenie arytmetyczne:
$218 + 15 - 17 + 5 - 118$.
W klasie czwartej wykonywalibyśmy te działania od lewej do prawej, co jest dość kłopotliwe. Dzisiaj wiesz, że takie wyrażenie można zapisać jako sumę liczb dodatnich i ujemnych.
$218 + 15 - 17 + 5 - 118 = (+218) + (+15) + (-17) + (+5) + (-118)$

Tak więc na wyrażenie $218 + 15 - 17 + 5 - 118$, mimo że występuje w nim odejmowanie, możemy patrzeć jak na sumę, której składnikami są liczby:
218, 15, -17, 5, -118.

Podobnie można traktować sumę, w której występują liczby i zmienne. Poszczególne składniki takiej sumy nazywamy jej **wyrazami**.

Wyrazy podobne

Przyjrzyjmy się jeszcze raz sumie z przykładu 1.
$2x + 4x^2 \underline{- 5} + 6x - 7y \underline{+ 15}$
Liczby -5 oraz 15 można po prostu dodać – ich suma to 10.
Wyrazy $2x$ oraz $6x$ również można dodać:
$2x + 6x = 8x$, bo:
$2x + 6x = x + x + x + x + x + x + x + x = 8x$

$6x = 6 \cdot x = x + x + x + x + x + x$

Zapamiętaj

Wyrazy, w których występują te same zmienne w tych samych potęgach, nazywamy **wyrazami podobnymi**.

Te wyrazy są podobne:
1 i $-102{,}5$
$-x$ i $19x$
$-2xy^2$ i xy^2

Te wyrazy nie są podobne:
$2x$ i $2y$, bo występują w nich inne zmienne
$2x$ i $3xy$, bo w pierwszym wyrazie nie ma y
$2xy$ i $-xy^2$, bo nie zgadzają się potęgi zmiennej y

Zapamiętaj

Dodawanie wyrazów podobnych nazywamy także ich **redukcją**. Mówimy, że **redukujemy** wyrazy podobne.

Zapamiętaj

Wyrażenie algebraiczne bierze nazwę od ostatniego działania wykonywanego przy obliczaniu jego wartości zgodnie z zasadą kolejności wykonywania działań.

kolejność wykonywania działań

$$\underbrace{\underbrace{\underbrace{(a+2)}_{\text{suma}}{}^{2}}_{\text{kwadrat}} \cdot b}_{\text{iloczyn}}$$

iloczyn ← nazwa wyrażenia algebraicznego

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Rozwiązujemy zadania z podręcznika w zeszycie i na tablicy:

1. Wykonaj polecenia. ▶ Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy kolejne przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A ← P1

Wypisz wyrazy sumy algebraicznej.

a) $3x+7y+5$
b) $c^3-3bc-\frac{1}{3}b^2c$
c) b^2-4ac
d) $-\frac{1}{2}n^2+8n-4$
e) $-3a^2+2ab-b^2$
f) $9xy-3x+y^2$

poziom B ← P2a

Zredukuj wyrazy podobne.

a) $5x-x+2x$
b) $a-2a+a$
c) $3z-5z+z$
d) $-2k+k-3k$
e) $-k+k-k$
f) $m+3m-m$

poziom C ← P2b

Zredukuj wyrazy podobne.

a) $x+y-2x-y+1$
b) $-2x-y-x+3x$
c) $-k-m+1-2m+k$
d) $2x-x+k+3-x$
e) $5p+s-2s-2+5$
f) $6h-7j-j-6-h$

poziom D ← P2c

Zredukuj wyrazy podobne.

a) $2x-y^2+3y^2-x+x^2$
b) $3+5a-2a-5b^2-3$
c) $-4a^2+a-b^2-2a-a+2b^2$
d) $-2+2a^3-a^2+2a^2-a^3$
e) $5x^2-y^3-x+y^3-2x^2-x$
f) $-8m^2+7m-7+9n^2-m+m^2$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 16

Temat: <u>Opuszczanie nawiasów</u>

Uczeń już potrafi:
- dodawać wyrazy podobne (tzn. różniące się jedynie współczynnikiem liczbowym)
- dodawać i odejmować sumy algebraiczne, dokonując przy tym redukcji wyrazów podobnych

Uczeń będzie umiał:
- mnożyć sumę algebraiczną przez liczbę i dodawać wyrażenia powstałe w wyniku tego mnożenia

Metody
- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy
- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne
- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca
- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna

Zapamiętaj

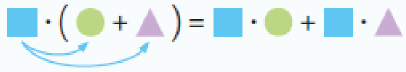
Jeśli przed nawiasem jest znak minus, to opuszczając nawias, należy zmienić znak każdego wyrazu w nawiasie na przeciwny.

$$-(\blacksquare + \bullet - \blacktriangle) = -\blacksquare - \bullet + \blacktriangle$$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Zapamiętaj

Aby pomnożyć sumę algebraiczną przez liczbę, należy pomnożyć każdy wyraz sumy przez tę liczbę.



Zapamiętaj

Kreska ułamkowa zastępuje nie tylko dzielenie, lecz także nawias, np.:

$$7x - \frac{12x-6}{2} = 7x - (6x - 3)$$

Uczniowie rozwiązują karty pracy:

1 Oblicz i sprawdź, czy wyniki obu działań są takie same. Wpisz w okienko symbol = lub ≠ (nie jest równe).

a) $10 - (5 + 3) =$ ____________ $10 - 5 - 3 =$ ____________

a więc $10 - (5 + 3)$ $\square$ $10 - 5 - 3$

$10 - (5 + 3) =$ ____________ $10 - 5 + 3 =$ ____________

a więc $10 - (5 + 3)$ $\square$ $10 - 5 + 3$

b) $15 - (5 - 2) =$ ____________ $15 - 5 - 2 =$ ____________

a więc $15 - (5 - 2)$ $\square$ $15 - 5 - 2$

$15 - (5 - 2) =$ ____________ $15 - 5 + 2 =$ ____________

a więc $15 - (5 - 2)$ $\square$ $15 - 5 + 2$

c) $20 - (6 + 4) =$ ____________ $20 - 6 + 4 =$ ____________

a więc $20 - (6 + 4)$ $\square$ $20 - 6 + 4$

$20 - (6 + 4) =$ ____________ $20 - 6 - 4 =$ ____________

a więc $20 - (6 + 4)$ $\square$ $20 - 6 - 4$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

2 Uprość wyrażenia w lewej kolumnie. Połącz w pary równe wyrażenia.

$7 - (-k + 5) =$ ______________	$7 + k + 5$
$7 + (k + 5) =$ ______________	$7 - k + 5$
$7 - (k + 5) =$ ______________	$7 + k - 5$
$7 - (k - 5) =$ ______________	$7 - k - 5$

3 Opuść nawiasy. Przy wynikach zapisz odpowiadające im litery z ramki. Utworzą one hasło.

$a - (-3 - x) =$ $a + 3 + x$ L

$a + (-3 + x) =$ ______________

$a + (3 - x) =$ ______________

$a - (3 - x) =$ ______________

$a + (3 + x) =$ ______________

$a - (-3 - x) =$ ______________

$a - (3 - x) =$ ______________

$a - (3 + x) =$ ______________

$a + 3 + x$	L
$a - 3 + x$	U
$a + 3 - x$	K
$a - 3 - x$	S

Hasło: ______________ – żyjący w latach 117–56 p.n.e. rzymski wódz, mówca i esteta znany z organizowania wystawnych uczt.

Znaczenie słowa „luks”: ______________

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 17

Temat: <u>Porządkowanie wyrazów w sumach algebraicznych</u>

Uczeń już potrafi:

- zapisywać symbolicznie wyrażenia algebraiczne opisane słownie nazywać wyrażenia algebraiczne
- opisywać słownie wyrażenia algebraiczne zapisane symbolicznie
- obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych

Uczeń będzie umiał:

- porządkować wyrazy sumy algebraicznej
- mnożyć sumy algebraiczne przez wyrazy zawierające zmienne i dodawać wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez wyrazy zawierające zmienne

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

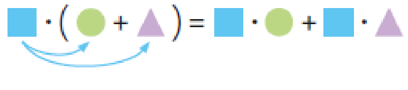
Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna

Mnożenie sumy algebraicznej przez wyrażenie

Umiesz już pomnożyć sumę algebraiczną przez liczbę. Mnożenie przez wyrażenie zawierające zmienne przebiega w ten sam sposób, zgodnie ze znanym już schematem.



Analogicznie wykonujemy mnożenie, gdy składników sumy jest więcej.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Porządkowanie wyrazów

Wykonajmy mnożenie:

$$-2y \cdot (3y - xy) = -2y \cdot 3y + (-2y) \cdot (-xy)$$

Wyrazy otrzymanej sumy są dość skomplikowane.

$\underbrace{-2y \cdot 3y} + \underbrace{(-2y) \cdot (-xy)}$

Na pierwszy rzut oka trudno je nawet wskazać.
Każdy z tych wyrazów należy uporządkować.

$-2y \cdot 3y = -6y^2$ $\qquad -2y \cdot 3y = -2 \cdot y \cdot 3 \cdot y = -2 \cdot 3 \cdot y \cdot y = -6y^2$

$(-2y) \cdot (-xy) = 2xy^2$ $\qquad -xy = -1 \cdot xy, \quad (-2) \cdot (-1) = 2, \quad y \cdot xy = xy^2$

Rozwiązywanie kart pracy:

1 Oblicz. Sprawdź, czy wśród otrzymanych wyników jest sześć liczb ujemnych. Uzupełnij schemat pod przykładami.

$(-5) \cdot 7 =$ ______	$11 \cdot (-3) =$ ______	$(-5) \cdot 7 =$ ______
$(-5) \cdot (-3) =$ ______	$2 \cdot (-5) \cdot 7 =$ ______	$3 \cdot (-5) =$ ______
$4 \cdot (-4) =$ ______	$(-5) \cdot 2 \cdot (-7) =$ ______	$(-8) \cdot (-9) =$ ______
$(-3) \cdot (-8) =$ ______	$(-2) \cdot (-3) =$ ______	$(-2) \cdot (-8) =$ ______

$+ \cdot + = \square$	$- \cdot + = \square$
$+ \cdot - = \square$	$- \cdot - = \square$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

2 Zapisz w uporządkowanej postaci. Przy wynikach zapisz odpowiadające im litery z ramki. Utworzą one hasło.

$(-2) \cdot (-3x) =$ ______ ☐

$x \cdot 3a =$ ______ ☐

$3b \cdot (-2a) =$ ______ ☐

$(-2a) \cdot (-5b) =$ ______ ☐

$3x \cdot 4 =$ ______ ☐

$2x \cdot (-7) =$ ______ ☐

B	I	E	R	W	I	O	N	A
$7x$	$6x$	$-6x$	$3ax$	$-10ab$	$12x$	$-6ab$	$10ab$	$-14x$

Hasło: ______

Znaczenie hasła: ______

Znaczenie słowa „bierwiona”: ______

3 Zapisz w uporządkowanej postaci. Jeśli potrafisz zrobić to od razu, to nie musisz rozpisywać działań.

$x \cdot x =$ x^2

$x \cdot x \cdot x =$ ______

$2x \cdot x =$ $2 \cdot x \cdot x = 2x^2$

$-3x \cdot x =$ ______

$7x^2 \cdot x =$ ______

$-2x \cdot 5x =$ ______

$x \cdot 7x^2 =$ ______

$-4x \cdot (-3x) =$ ______

$a \cdot a =$ ______

$n \cdot n \cdot n =$ ______

$2k \cdot k =$ ______

$-3p \cdot p =$ ______

$7s^2 \cdot s =$ ______

$-2b \cdot 5 =$ ______

$k \cdot 7k^2 =$ ______

$-4a \cdot (-3a) =$ ______

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 18

Temat: Wyrażenia algebraiczne i procenty

Uczeń już potrafi:

- obliczać wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych
- zapisywać zależności przedstawione w zadaniach w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych
- zapisywać rozwiązania zadań w postaci wyrażeń algebraicznych
- dodawać i odejmować sumy algebraiczne z redukcją wyrazów podobnych
- mnożyć sumy algebraiczne przez wyrazy zawierające zmiennej dodawać wyrażenia powstałe z mnożenia sum algebraicznych przez wyrazy zawierające zmienne

Uczeń będzie umiał:

- stosować wyrażenia algebraiczne w obliczeniach procentowych

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna:

Nauczyciel: *Stosowanie wyrażeń algebraicznych ułatwia rozwiązywanie wielu zadań dotyczących procentów. Aby z tego skorzystać, nauczymy się zapisywać wyrażenia algebraiczne z użyciem procentów.*

Omówimy kilka przykładów:

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1

E

Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:
a) 65% liczby x,
b) 120% wartości wyrażenia ab,
c) 40% wartości wyrażenia $0{,}6m$.

a) 65% liczby x to inaczej $\frac{65}{100}$ tej liczby, czyli $\frac{65}{100}x$ lub $0{,}65x$.
b) 120% wartości wyrażenia ab to inaczej $1{,}2ab$.
c) 40% wartości wyrażenia $0{,}6m$ to inaczej $0{,}4 \cdot (0{,}6m) = 0{,}4 \cdot 0{,}6m = 0{,}24m$.

Przykład 2

W klasach siódmych pewnej szkoły jest 40% chłopców i 60% dziewcząt. Na kółko matematyczne chodzi 20% chłopców i 30% dziewcząt. Jaki procent siódmoklasistów chodzi na kółko?

Wprowadzamy oznaczenie:
x – liczba osób w klasach siódmych.
Chłopcy to 40% uczniów klas siódmych, czyli 0,4 liczby x:
$0{,}4x$ – liczba chłopców w klasach siódmych.
20% tej liczby, czyli 0,2 tej liczby, chodzi na kółko.
Zapisujemy wyrażenie podobnie jak w przykładzie 1c).
$0{,}2 \cdot 0{,}4x = 0{,}08x$ – liczba chłopców chodzących na kółko
Analogicznie postępujemy w przypadku dziewcząt.
$0{,}6x$ – liczba dziewcząt w klasach siódmych
$0{,}3 \cdot 0{,}6x = 0{,}18x$ – liczba dziewcząt chodzących na kółko
W sumie na kółko matematyczne chodzi:
$0{,}08x + 0{,}18x = 0{,}26x$, czyli 26% wszystkich siódmoklasistów.

W dziale I rozwiązywaliśmy podobne zadania, jednak wtedy podana była liczba osób stanowiąca 100%. Teraz nie znamy tej liczby. Dlatego korzystamy z wyrażeń algebraicznych.

Rozwiązujemy zadania z podręcznika w zeszycie i na tablicy:

1. Zapisz:
a) działanie pozwalające obliczyć 13% liczby 837,
b) 13% liczby x,
c) działanie pozwalające obliczyć liczbę o 17% większą od 921,
d) liczbę o 17% większą od x,
e) działanie pozwalające obliczyć liczbę o 15% mniejszą od 739,
f) liczbę o 15% mniejszą od x.

2. Zapisz:
a) 80% liczby x,
b) 70% liczby $0{,}8x$,
c) 70% z 80% liczby x,
d) liczbę o 20% większą od x,
e) liczbę o 20% większą od $1{,}1x$,
f) liczbę o 20% większą od liczby o 20% większej od x.

3. W wyborach do samorządu szkolnego głosy oddało 60% uczniów szkoły. Najwięcej głosów zyskał kandydat, którego poparło 40% głosujących. Ile procent uczniów tej szkoły głosowało na tego kandydata?

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 19

Temat: <u>Rozwiązywanie równań</u>

Uczeń już potrafi:

- sprawdzać, czy dana liczba jest rozwiązaniem równania (stopnia pierwszego, drugiego lub trzeciego) z jedną niewiadomą

Uczeń będzie umiał:

- rozwiązywać równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą metodą równań równoważnych

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

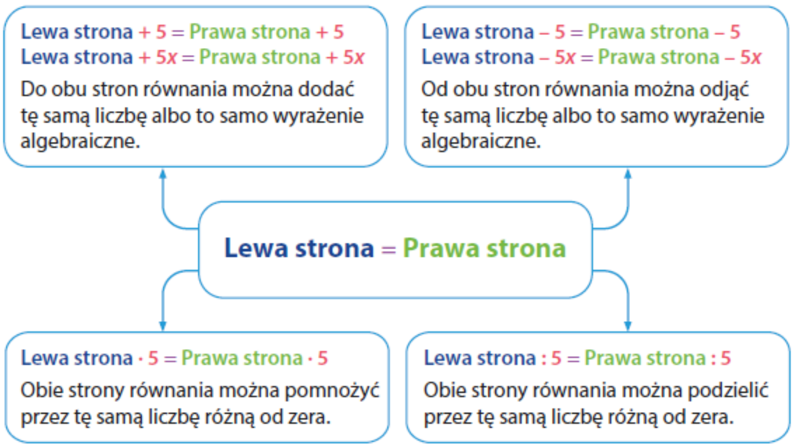
- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna



Przykład 1

Rozwiąż równanie.

a) $9x - 6 = 39$ b) $\frac{1}{3}x + 11 = 26$

a) $9x - 6 = 39$

Aby pozbyć się składnika -6, możemy **dodać** 6 do obu stron równania:

$9x - 6 + 6 = 39 + 6$, czyli

$9x = 45$.

Teraz możemy **podzielić** obie strony równania przez 9:

$9x : 9 = 45 : 9$, czyli

$x = 5$.

Rozwiązaniem równania $x = 5$ jest po prostu liczba 5. Operacje, które wykonywaliśmy, nie zmieniają rozwiązań. W takim razie ta liczba jest także rozwiązaniem danego równania $9x - 6 = 39$ (i wszystkich równań, które zapisaliśmy po drodze). Sprawdzamy: $L = 9x - 6 = 9 \cdot 5 - 6 = 45 - 6 = 39$, $P = 39$, $L = P$.

b) $\frac{1}{3}x + 11 = 26$ | Odejmujemy liczbę 11 od lewej strony i od prawej strony równania.

$\frac{1}{3}x + 11 - 11 = 26 - 11$

$\frac{1}{3}x = 15$ | Mnożymy lewą stronę i prawą stronę równania przez 3.

$\frac{1}{3}x \cdot 3 = 15 \cdot 3$

$x = 45$

Rozwiązaniem równania jest liczba 45.

Sprawdzenie: $L = \frac{1}{3} \cdot 45 + 11 = 15 + 11 = 26$, $P = 26$, $L = P$.

Zapamiętaj

Przenoszenie liczby ze zmienionym znakiem na drugą stronę równania to inny zapis dodawania do obu stron równania lub odejmowania od obu stron równania.

Przykład 2.

Rozwiąż równanie $2x + 5x + 3 = 31$.

$2x + 5x + 3 = 31$ | -3

$2x + 5x = 31 - 3$

$2x + 5x = 28$ Redukujemy wyrazy podobne.

$7x = 28$ | $:7$

$x = 4$

Sprawdzenie: $L = 2x + 5x + 3 = 2 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 3 = 8 + 20 + 3 = 31$,
$P = 31$, $L = P$.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

1. Rozwiąż równanie. ▶ Jeśli poprawnie rozwiążesz trzy przykłady z jednego poziomu, możesz przejść na następny poziom.

poziom A ← P1, 2

a) $3x - 8 = -7$
b) $4x - 2 = -2$
c) $15x + 19 = 10$
d) $2x + 9 = 1$
e) $7x - 9 = 5$
f) $8x + 5 = -7$
g) $9x - 40 = 14$
h) $20x + 7 = 31$
i) $6x - 25 = -25$

poziom B ← P3.2

a) $3x - 8 = 2x + 4$
b) $5x - 3 = 4x + 6$
c) $7x - 9 = 6x - 8$
d) $7x - 5 = 6x + 8$
e) $5x - 8 = 4x + 9$
f) $9x - 4 = 8x + 5$
g) $12x + 4 = 11x + 15$
h) $3x - 1 = 2x + 1$
i) $2x + 7 = x - 1$

poziom C ← P4

a) $4x - 3(3x - 5) = 6x + 4$
b) $8 - (4x - 12) = 8x - (3x - 2)$
c) $\frac{5}{4}(1 - x) - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}(x - 4) + 3$
d) $7(x + 2) - x = 5(x - 2)$
e) $0{,}6(x + 2) - (0{,}4x - 0{,}6) = 0{,}2(1 - x)$
f) $2\left(x + \frac{1}{2}\right) - \frac{2}{3}(3 - 6x) = x + 2$
g) $5x - 6(x + 7) = 8x - 9(10 + x)$
h) $0{,}1(x - 10) - 0{,}6x = 1{,}5x - 4$

poziom D ← P4

a) $4x - 3(x - 3) = x - 4$
b) $2x - (3 - 2x) = 5 + x - x$
c) $5(x - 2) + (3 + x) = 6x - 7$
d) $-(x + 1) + 8x = 5x - 9$
e) $2(2x + 1) = 4x + 3$
f) $9x + 3 = 7(x - 2) + 17$
g) $5x - 9 + x = 3(2x - 3)$
h) $4(3x - 2) + 5 = 2(6x - 4) + x$

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

SKRYPT 20

Temat: Zadania tekstowe

Uczeń już potrafi:

- układać równania do zadań tekstowych

Uczeń będzie umiał:

- rozwiązywać zadania tekstowe za pomocą równań pierwszego stopnia z jedną niewiadomą

Metody

- praca ze zbiorem zadań dla klas 7
- gra dydaktyczna
- pogadanka
- burza mózgów

Formy pracy

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne

- zbiór zadań Matematyka z kluczem, klasa 7
- tablica multimedialna

Przebieg zajęć:

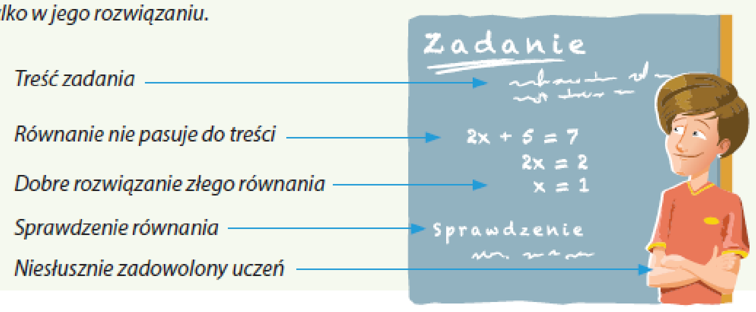
Faza wprowadzająca

- Czynności organizacyjno-porządkowe.
- Podanie tematu lekcji i omówienie jej przebiegu.

Faza realizacyjna

Dobra rada

Odpowiedź do zadania tekstowego sprawdzaj z treścią zadania, a nie z równaniem. Znajdziesz w ten sposób także ewentualne błędy powstałe przy układaniu równania, a nie tylko w jego rozwiązaniu.



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Przykład 1

Kasia i Basia są bliźniaczkami. Kiedy się urodziły, ich mama miała 28 lat, a ich tata miał 30 lat. Obecnie wszyscy mają w sumie 126 lat. Ile lat mają teraz bliźniaczki?

Niewiadomą jest wiek bliźniaczek. Oznaczmy go literą x. Zapiszmy obecny wiek poszczególnych osób w rodzinie:

$x \longrightarrow$ wiek Kasi

$x \longrightarrow$ wiek Basi

$x + 28 \longrightarrow$ wiek mamy

$x + 30 \longrightarrow$ wiek taty

$x + x + x + 28 + x + 30 \longrightarrow$ suma lat wszystkich osób w rodzinie

Ta suma równa jest 126, możemy więc zapisać równanie:

$x + x + x + 28 + x + 30 = 126$ Redukujemy wyrazy podobne.

$4x + 58 = 126 \quad | -58$

$4x = 68 \quad | :4$

$x = 17$

Sprawdzenie z treścią zadania:

Kasia ma 17 lat, Basia 17 lat, mama $17 + 28 = 45$ lat, tata $17 + 30 = 47$ lat, w sumie mają $17 + 17 + 45 + 47 = 126$ lat. Zgadza się!

Odp. Bliźniaczki mają po 17 lat.

Przykład 3

Tadek ma 50 zł w monetach 2 zł i 5 zł. W sumie monet jest 16. Ile jest dwuzłotówek, a ile pięciozłotówek?

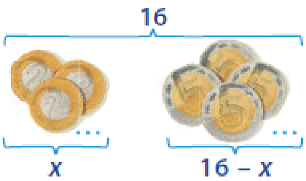
Mamy obliczyć dwie wielkości: liczbę dwuzłotówek i liczbę pięciozłotówek. Możemy wybrać jedną z nich jako niewiadomą, na przykład oznaczmy:

$x \longrightarrow$ liczba monet 2 zł

$2x \longrightarrow$ łączna wartość monet 2 zł

$16 - x \longrightarrow$ liczba monet 5 zł

$5(16 - x) \longrightarrow$ łączna wartość monet 5 zł



Łączna wartość wszystkich monet Tadka to 50 zł. Zapisujemy równanie i je rozwiązujemy.

$2x + 5(16 - x) = 50$ Opuszczamy nawiasy.

$2x + 80 - 5x = 50$ Redukujemy wyrazy podobne.

$-3x + 80 = 50 \quad | -80$

$-3x = -30 \quad | :(-3)$

$x = 10$

$16 - x = 6$

Sprawdzenie:
$10 + 6 = 16$ – razem jest 16 monet
$10 \cdot 2 + 6 \cdot 5 = 20 + 30 = 50$ – razem jest 50 zł

Odp. Tadek ma 10 monet o nominale 2 zł i 6 monet o nominale 5 zł.

Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań”.
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020

Dobra rada

<u>Schemat rozwiązywania zadań tekstowych</u>

Zapisz: – *co jest niewiadomą,*
– *wyrażenia potrzebne do ułożenia równania,*
– *równanie.*

Rozwiąż równanie.

Sprawdź odpowiedź z treścią zadania.

Zapisz odpowiedź.

- niewiadoma
- wyrażenia
- równanie

↓ rozwiązanie ↓ sprawdzenie ↓ odpowiedź

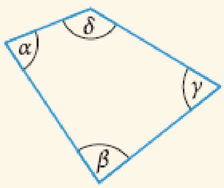
Uwaga. Wszystkie poniższe zadania rozwiąż za pomocą równań.

1. Ania i Robert są rodzeństwem. Ania jest o 5 lat starsza od Roberta. W sumie mają 33 lata. Ile lat ma Ania?

2. Wojtek kupił zeszyt, ołówek i karteczki samoprzylepne. Zeszyt był trzy razy droższy niż ołówek, a karteczki – o złotówkę droższe od ołówka. Wojtek zapłacił w sumie 15 zł. Ile złotych kosztował zeszyt, ile – ołówek, a ile – karteczki?

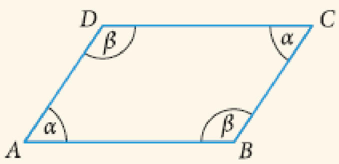
Kąty w czworokącie

dowolny czworokąt



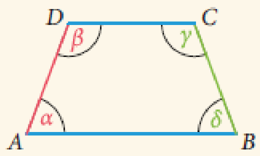
$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360°$

równoległobok



$\alpha + \beta = 180°$
$AB \parallel CD$
$AD \parallel BC$

trapez

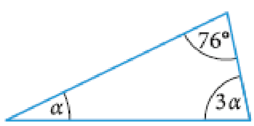


$\alpha + \beta = 180°$
$\gamma + \delta = 180°$
$AB \parallel CD$

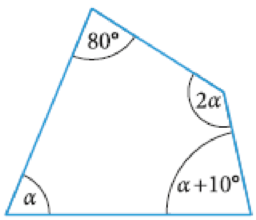
Suma kątów przy jednym ramieniu.

3. Znajdź miarę kąta α.

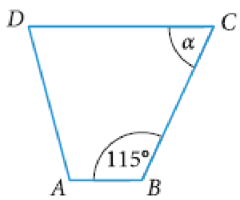
a)



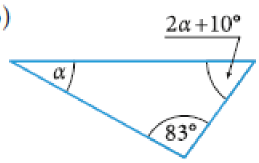
c)



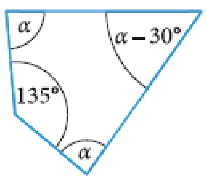
e) $AB \parallel CD$



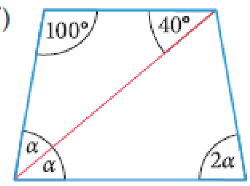
b)



d)



f)



Projekt „ENIGMA - Wsparcie nauczania matematyki i informatyki w szkołach podstawowych i ponadpodstawowych Metropolii Poznań".
Opracowanie współfinansowane przez Unię Europejską z Europejskiego Funduszu Społecznego
w ramach Wielkopolskiego Regionalnego Programu Operacyjnego na lata 2014-2020